

# A HOMBROS DE GIGANTES

*LAS GRANDES OBRAS DE LA FÍSICA Y LA ASTRONOMÍA*



EDICIÓN COMENTADA DE  
**STEPHEN  
HAWKING**



Lectulandia

¿Qué leyes naturales gobiernan los cielos? ¿Puede decirse que el Universo tiene un centro? ¿Dónde se sitúa la tierra en relación con ese centro? ¿Cómo se mueven los planetas? ¿Qué los mantiene en órbita? Miles de años llevan los seres humanos tratando de responder a estas preguntas. En *A hombros de gigantes*, el gran físico teórico Stephen Hawking explica cómo los grandes hombres de la ciencia como Copérnico, Galileo, Kepler, Newton y Einstein construyeron sus teorías a partir de las geniales contribuciones de sus predecesores y cómo nos han legado, en conjunto, un tesoro de conocimientos científicos que nadie puede ignorar. En este libro sin par se reúnen por primera vez en la historia de la edición las cinco mayores obras de la física y la astronomía precedidas por breves ensayos de Stephen Hawking en los que explica quiénes fueron los genios que las escribieron, los grandes retos que tuvieron que afrontar y su perenne contribución a la cultura universal. Hallamos en él, en efecto, escritos originales de Albert Einstein publicados por primera vez en *El principio de relatividad* y los libros siguientes: *Sobre las revoluciones de las esferas celestiales*, de Nicolás Copérnico; *Diálogos sobre las dos ciencias*, de Galileo Galilei; el libro quinto de *Armonías del mundo*, de Johannes Kepler y los *Principia* de Isaac Newton.

**Lectulandia**

Stephen Hawking

# **A hombros de gigantes**

**Las grandes obras de la física y la astronomía**

**ePub r1.0**

**Skynet 18.07.2019**

Título original: *The Illustrated On The Shoulders of Gigants. The Great Works of Physics and Astronomy*

Stephen Hawking, 2004

Traducción: David Jou

Retoque de cubierta: Skynet

Editor digital: Skynet

ePub base r2.1



---

más libros en [lectulandia.com](http://lectulandia.com)

---

## Índice de contenido

Cubierta

A hombros de gigantes

Nota a esta edición

Introducción

Nicolás Copérnico (1473-1543)

Vida y obra

Sobre las revoluciones de los orbes celestes

Libro primero

1. El mundo es esférico
2. La Tierra también es esférica
3. de cómo la tierra junto con el agua forma un globo
4. El movimiento de los cuerpos celestes es regular y circular, perpetuo o compuesto por movimientos circulares
5. Acerca de si el movimiento de la Tierra es circular y de su posición
6. De la inmensidad del cielo con respecto a la magnitud de la Tierra
7. Por qué los antiguos pensaron que la Tierra estaba inmóvil en medio del mundo como si fuera su centro
8. Solución de dichas razones y su insuficiencia
9. Si pueden atribuirse a la Tierra varios movimientos y acerca del centro del mundo
11. Demostración del triple movimiento de la Tierra

Galileo Galilei (1564-1642)

Vida y obra

Diálogo sobre dos nuevas ciencias

Jornada primera

Jornada tercera

Sobre el movimiento local

Sobre el movimiento uniforme

Sobre el movimiento naturalmente acelerado

Johannes Kepler (1571-1630)

Vida y obra

Las armonías del mundo

Libro quinto

Proemio

1. De las cinco figuras sólidas regulares

2. Del parentesco de las proporciones armónicas con las cinco figuras regulares

3. Suma de doctrina astronómica, necesaria a la contemplación de las armonías celestes

4. En qué cosas tocantes al movimiento de los planetas hállanse expresadas por el creador las proporciones armónicas, y de qué modo

7. Cómo pueden existir contrapuntos o armonías universales de todos los planetas, diferentes cada uno de los demás

Isaac Newton (1643-1727)

Vida y obra

Principios matemáticos de la filosofía natural

Axiomas o leyes del movimiento

Libro tercero sobre el sistema del mundo

Reglas para filosofar

Sobre el movimiento de los nodos de la Luna

Proposición XXXVI. Problema XVII

Proposición XXXVIII. Problema XIX

Albert Einstein (1879-1955)

Vida y obra

El principio de la relatividad

Sobre la electrodinámica de cuerpos en movimiento

A. Parte cinemática

Sobre la influencia de la gravitación en la propagación de la luz

1. Una hipótesis respecto a la naturaleza física del campo gravitatorio

2. Sobre la gravitación de la energía

3. Tiempo y velocidad de la luz en el campo gravitatorio

4. Curvatura de rayos luminosos en el campo gravitatorio

El fundamento de la Teoría de la relatividad general

A. Consideraciones fundamentales sobre el postulado de relatividad

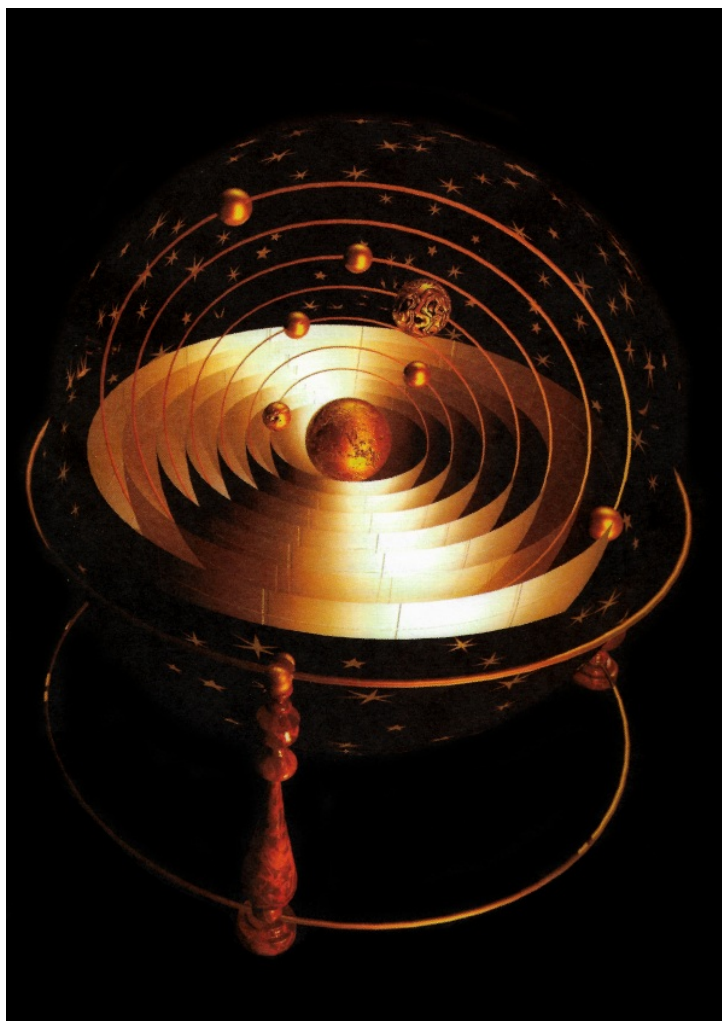
Consideraciones cosmológicas sobre la Teoría de la relatividad general

1. La Teoría newtoniana
2. Las condiciones de contorno según la Teoría de la relatividad general
3. El universo espacialmente finito con una distribución uniforme de materia
4. Comentarios finales

Stephen Hawking

Sobre el autor

Notas



El universo según Ptolomeo, uno de los astrónomos griegos más influyentes de su tiempo (c. 165 d. C.). Ptolomeo propuso la teoría geocéntrica en una forma que prevaleció durante 1400 años.

## *NOTA A ESTA EDICIÓN*

David Jou ha traducido la Introducción a esta obra, así como las presentaciones a la «Vida y obra» de Copérnico, Galileo, Newton y Einstein. Suya es también la versión española que actualiza la anotación de la obra de Copérnico, Galileo y Newton.

Respecto a los textos de los científicos aquí reunidos, nuestra edición parte de traducciones directas de sus respectivos originales, editados pensando en un público amplio. Los fragmentos que omitimos se señalan en el texto mediante tres puntos asteriscos (\*\*\*). Detallamos a continuación otros datos relevantes:

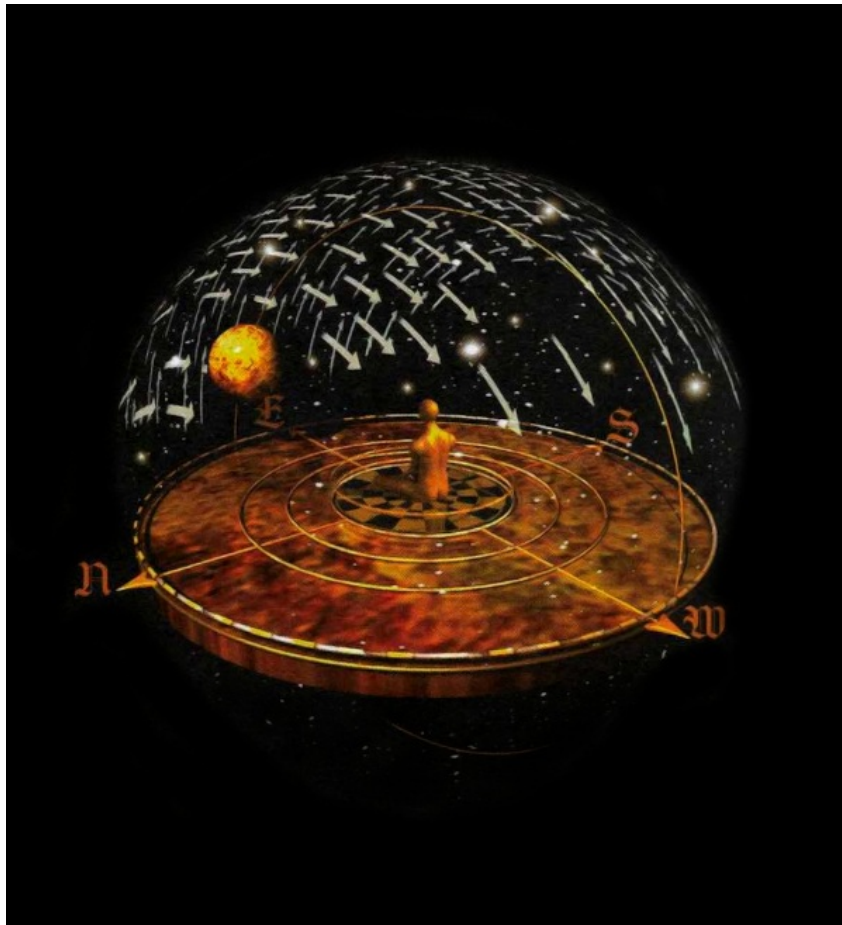
*Sobre las revoluciones de los orbes celestes*, de Nicolás Copérnico, se editó por vez primera en 1543 bajo el título *De revolutionibus orbium coelestium*. La versión castellana que reproducimos se debe a Carlos Mínguez y Mercedes Testal y fue publicada con anterioridad por Editora Nacional en Madrid, 1982.

La primera impresión del *Diálogo sobre dos nuevas ciencias*, de Galileo Galilei, a cargo de Louis Elzevier apareció en Leiden en 1638 bajo el título *Discorsi e Dimostrazione Matematiche intorno a due nuove scienze*. Nuestra edición sigue la que, elaborada por Carlos Solís y Javier Sádaba, fue publicada por Editora Nacional (*Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, Madrid, 1976).

De *Las armonías del mundo*, de Johannes Kepler, se ha seleccionado aquí el Libro V. La obra fue impresa en 1619 bajo el título *Harmonices Mundi*. La traducción castellana del original latino ha sido llevada a cabo por José Luis Arántegui Tamayo.

Los *Principios matemáticos de la filosofía natural*, de Isaac Newton, fueron publicados en 1687 bajo el título *Philosophicae naturalis principia mathematica*. La traducción castellana reproduce aquí la elaborada por Eloy Rada García y publicada por Afianza (Madrid, 1987).

De la obra de Albert Einstein se han seleccionado cuatro ensayos de la colección de artículos publicada en alemán bajo el título *Das Relativitätsprinzip* y recogida en *The Principles of Relativity: A Collection of Original Papers on the Special Theory of Relativity*, obra que reúne los trabajos de H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski y H. Weyl (Teubner, Leipzig, 1922). La traducción castellana ha sido llevada a cabo por Javier García Sanz. El primer artículo reproduce la publicada previamente por Crítica en 2001. Sus respectivos títulos originales, así como sus datos editoriales, pueden hallarse en nota a pie de página al inicio de cada uno de ellos.



Aunque la visión ptolemaica del Sol, los planetas y las estrellas hace tiempo que ha sido descartada, algunas de nuestras percepciones son todavía herederas de su legado. Así, para ver amanecer miramos hacia el este (cuando, en relación con la Tierra, el Sol es estacionario), nos parece ver moverse los cielos sobre nosotros y hablamos de direcciones norte, sur, este y oeste, ignorando el hecho de que nuestra Tierra es un globo.

# INTRODUCCIÓN

«Si he logrado ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes», escribió Isaac Newton a Robert Hooke en 1676. Aunque se refería a sus descubrimientos en óptica más que a sus trabajos, más importantes, sobre la gravitación y las leyes del movimiento, el comentario de Newton refleja adecuadamente cómo la ciencia, y de hecho el conjunto de la civilización, consiste en una serie de pequeños progresos, cada uno de los cuales se alza sobre los alcanzados anteriormente. Este es el tema de este volumen fascinante, que utiliza textos originales para trazar la evolución de nuestra imagen del firmamento desde la revolucionaria propuesta de Nicolás Copérnico de que la Tierra gira alrededor del Sol a la no menos revolucionaria de Albert Einstein de que el espacio y el tiempo son curvados y deformados por la masa y la energía. Es una historia impresionante, porque tanto Copérnico como Einstein han contribuido a cambiar profundamente la manera de ver nuestro lugar en el orden cósmico. Pasó nuestro lugar de privilegio en el centro del universo, pasaron la eternidad y la certidumbre, y pasaron el espacio y el tiempo absolutos, sustituidos por láminas elásticas.

No sorprende que ambas teorías chocaran con una encarnizada oposición: la Inquisición en el caso de la teoría copernicana y el nazismo en el caso de la relatividad. Actualmente, tendemos a menospreciar como ingenua la antigua visión del universo de Aristóteles y Ptolomeo, en la cual la Tierra estaba en el centro del universo y el Sol giraba a su alrededor. Sin embargo, no deberíamos desdeñar demasiado su modelo, que no era en absoluto estúpido. Incorporaba la idea aristotélica de que la Tierra es una esfera y no una placa plana, y resultaba razonablemente preciso en su función principal, la de predecir las posiciones aparentes de los cuerpos celestes en el firmamento, con finalidades astrológicas. De hecho, resultaba casi tan preciso como la herética sugerencia formulada por Copérnico en 1543 de que la Tierra y los planetas giran en órbitas circulares alrededor del Sol.

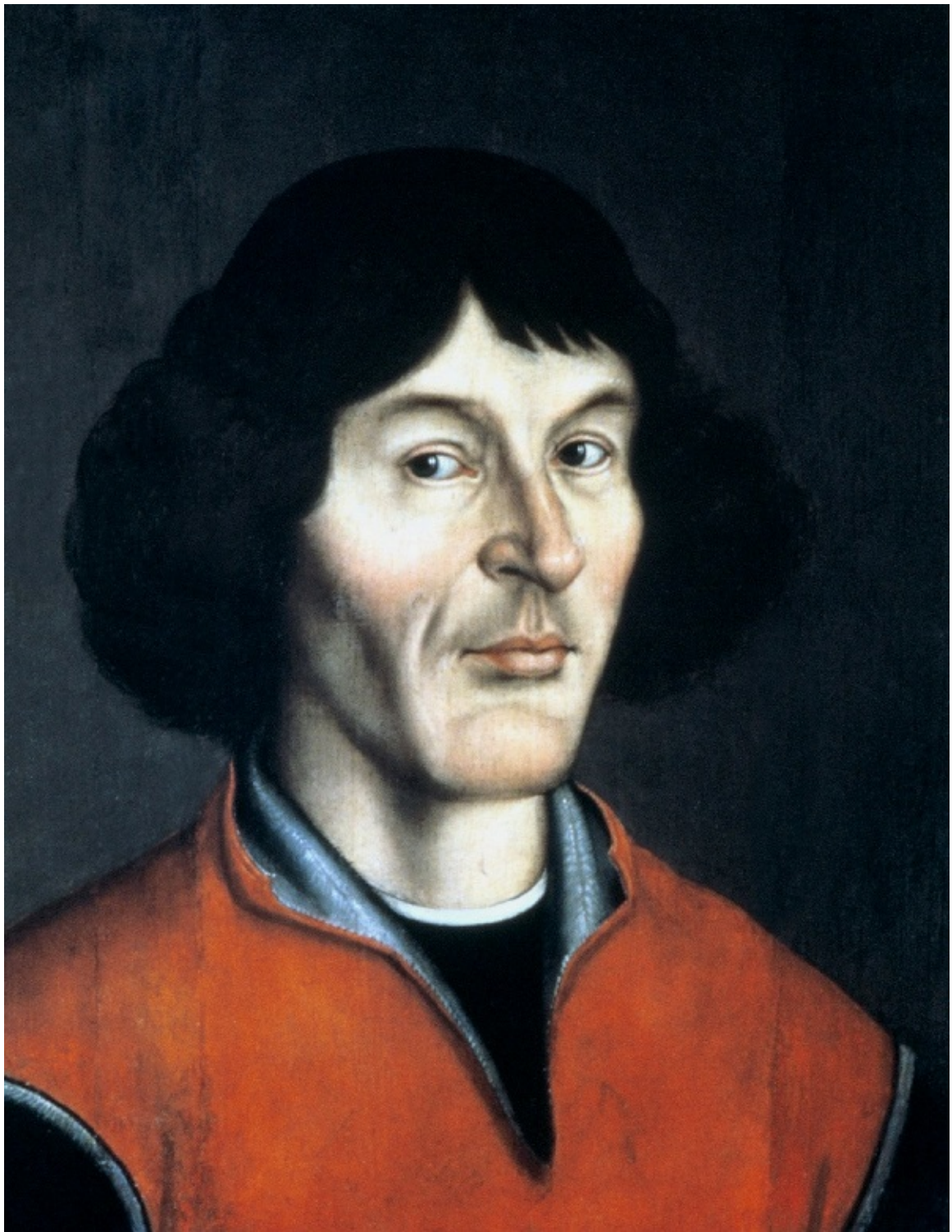
Galileo encontró convincente la propuesta de Copérnico, no porque concordara mejor con las observaciones de las posiciones planetarias, sino por

su simplicidad y elegancia, que contrastaban con los complicados epiciclos del modelo ptolemaico. En los *Diálogos sobre dos nuevas ciencias* los personajes de Galileo, Salviati y Sagredo presentaban argumentos persuasivos a favor de la teoría de Copérnico. Pese a ello, su tercer personaje, Simplicio, aún podía defender a Aristóteles y Ptolomeo y sostener que en realidad la Tierra estaba en reposo y el Sol giraba a su alrededor.

De hecho, hasta que los trabajos de Kepler no dieron mayor precisión al modelo heliocéntrico y Newton no formuló las leyes del movimiento, el modelo geocéntrico no perdió toda su credibilidad. Ello supuso un gran cambio en nuestra visión del universo: si no nos hallamos en el centro, ¿tiene nuestra existencia alguna importancia? ¿Por qué Dios o las leyes de la naturaleza deben preocuparse por lo que ocurre en la tercera roca que gira alrededor del Sol, que es donde nos dejó Copérnico? Los científicos modernos han ido mucho más allá que Copérnico en su búsqueda de una descripción del universo en que el hombre (en el antiguo sentido anterior a lo políticamente correcto) no jugara ningún papel. Aunque esta manera de abordar el problema ha conseguido descubrir leyes objetivas impersonales que rigen el universo, no ha explicado, al menos por ahora, por qué este es como es en lugar de ser uno de los muchos otros posibles universos que también serían consistentes con estas leyes.

Algunos científicos pretenden que esta limitación es tan solo provisional, y que cuando descubramos la teoría unificada definitiva, esta prescribirá de forma única el estado del universo, la intensidad de la gravitación, la masa y la carga del electrón, y muchas otras constantes por el estilo. Sin embargo, muchas características del universo (como por ejemplo el hecho de que estemos en el tercer planeta, en vez de en el segundo o en el cuarto) parecen arbitrarias y accidentales más que ser predicciones de una ecuación maestra. Mucha gente (incluido yo mismo) cree que la aparición de un universo tan complejo y estructurado requiere invocar el llamado principio antrópico, que nos vuelve a situar en la posición central que hemos tenido la modestia de rechazar desde la época de Copérnico. El principio antrópico se basa en el hecho evidente de que no estaríamos preguntándonos por la naturaleza del universo si este no hubiera contenido estrellas, planetas y compuestos químicos estables, entre otros prerequisites de vida (¿inteligente?) tal como la conocemos. Si la teoría definitiva hiciera una predicción única para el estado y el contenido del universo, sería una coincidencia muy notable que este estado se hallara en el diminuto subconjunto de estados compatibles con la vida.

Sin embargo, la obra del último pensador de este volumen, Albert Einstein, abre una nueva posibilidad. Einstein desempeñó un papel muy importante en el desarrollo de la teoría cuántica, según la cual un sistema no tiene una sola historia, como acostumbramos a pensar, sino muchas historias posibles, cada una con una cierta probabilidad. Einstein, además, fue casi el único responsable de la teoría general de la relatividad, en la que el espacio y el tiempo se curvan y se convierten en entidades dinámicas. Esto significa que están sujetos a la teoría cuántica, y que el mismo universo tiene todas las formas y todas las historias posibles. La mayoría de ellas sería completamente inadecuada para el desarrollo de la vida, pero unas pocas reúnen todas las condiciones necesarias para ello. No importa que estos pocos universos tengan una probabilidad muy baja respecto a los demás: los universos sin vida no tendrían a nadie que los observara. Es suficiente que haya al menos una historia en que se desarrolle la vida, de la cual nosotros somos una evidencia, aunque no lo seamos de inteligencia. Newton dijo que había subido a hombros de gigantes. Pero tal como este volumen ilustra muy bien, nuestra comprensión no avanza tan solo edificando lenta y continuamente a partir de los trabajos anteriores. Algunas veces, como ocurrió con Copérnico o con Einstein, tenemos que dar un salto intelectual a una nueva visión del mundo. Quizá Newton debería haber dicho «usé hombros de gigantes como trampolín».



# Nicolás Copérnico (1473-1543)

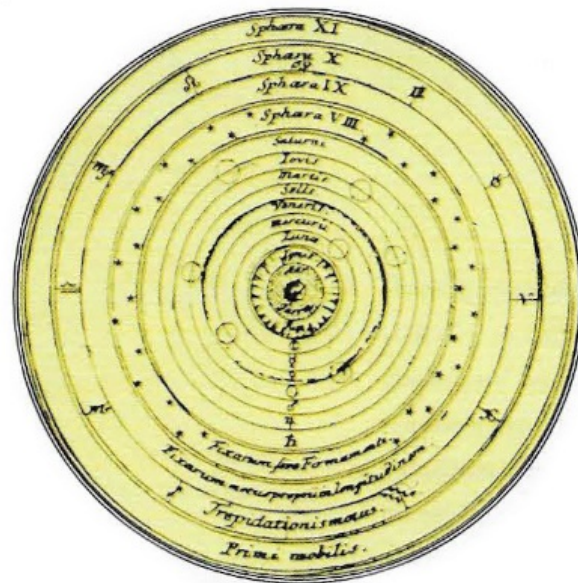
## VIDA Y OBRA

Nicolás Copérnico, clérigo y matemático polaco, es considerado generalmente como el fundador de la astronomía moderna. Este honor le es atribuido porque fue el primero en llegar a la conclusión de que los planetas y el Sol no giraban alrededor de la Tierra. Ciertamente, especulaciones referentes a un universo heliocéntrico (centrado en el Sol) existían ya desde la época de Aristarco (fallecido hacia el 230 a. C.), pero la idea no fue examinada seriamente antes de Copérnico. Aun así, para comprender las contribuciones de Copérnico es importante tener presentes las implicaciones religiosas y culturales de este descubrimiento científico en su época.

Hacia el siglo IV a. C., el pensador y filósofo griego Aristóteles (382-322 a. C.) ideó un sistema planetario en su libro *Sobre los cielos* (*De caelo*), y concluyó que como la sombra de la Tierra sobre la Luna durante los eclipses siempre es redonda, el mundo es esférico en vez de plano. También dedujo esta forma redonda de la Tierra a partir de la observación de que, cuando miramos alejarse un velero en el mar, antes desaparece por el horizonte el casco que las velas.

En la visión geocéntrica de Aristóteles, la Tierra estaba en reposo y los planetas Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno, además de la Luna y el Sol, describían órbitas circulares a su alrededor. Aristóteles creía también que las estrellas estaban fijadas a la esfera celestial, y su idea del tamaño del universo atribuía a estas estrellas fijas una distancia no mucho mayor que la órbita de Saturno. Creía en movimientos perfectamente circulares, y tenía buenos motivos para creer que la Tierra estaba en reposo. Una piedra que cae desde una torre lo hace verticalmente, en vez de desviarse hacia el oeste, como hubiera sido de esperar si la Tierra girara de oeste a este (Aristóteles no consideró que la piedra pudiera participar de la rotación de la Tierra). En un intento de combinar la física con la metafísica, Aristóteles propuso su teoría del «primer motor», que suponía que una fuerza mística más allá de las

estrellas fijas producía los movimientos circulares que observamos. Este modelo de universo fue aceptado y abrazado por los teólogos, que interpretaron a menudo los primeros motores como ángeles, y la visión de Aristóteles duró muchos siglos. Muchos estudiosos modernos creen que la aceptación universal de esta teoría por parte de las autoridades religiosas dificultó el progreso de la ciencia, ya que poner en duda las teorías aristotélicas era poner en entredicho la autoridad de la propia Iglesia.

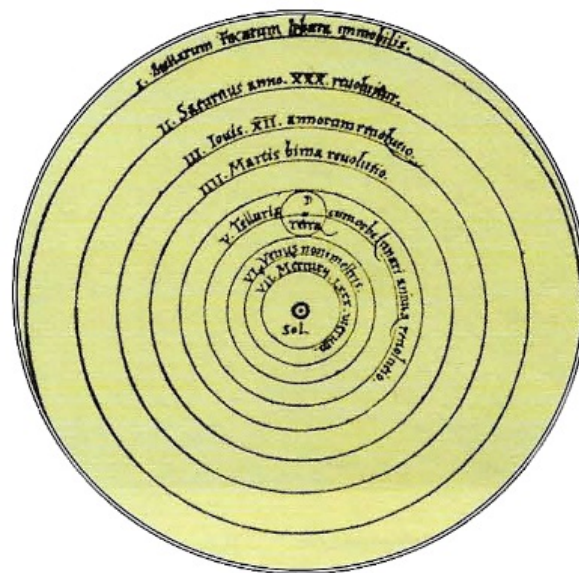


Modelo ptolemaico de universo geocéntrico.

Cinco siglos tras la muerte de Aristóteles, un egipcio llamado Claudio Ptolomeo (87-150 d. C.) propuso un modelo de universo que predecía con mayor precisión los movimientos y las acciones de las esferas en el firmamento. Tal como Aristóteles, Ptolomeo creía que la Tierra estaba en reposo, y razonó que los objetos caen hacia el centro de la Tierra porque esta debe estar inmóvil en el centro del universo. Ptolomeo llegó a elaborar un sistema en que los cuerpos celestes se movían alrededor de la circunferencia de sus epíclipsos (un círculo en que el planeta se mueve y cuyo centro se desplaza simultáneamente a lo largo de un círculo de radio mayor). Para lograrlo, supuso la Tierra ligeramente separada del centro del universo y llamó «ecuanter» a este nuevo centro (un punto imaginario que le ayudaba a tener en cuenta los movimientos planetarios observables). Ajustando convenientemente los tamaños de los círculos, Ptolomeo logró predecir los movimientos de los cuerpos celestes. La cristiandad tuvo pocos problemas con el modelo geocéntrico ptolemaico, que dejaba espacio en el universo, más

allá de las estrellas fijas, para acomodar un cielo y un infierno, de manera que la Iglesia adoptó este modelo del universo como una verdad establecida.

La imagen aristotélica y ptolemaica del cosmos reinó, con pocas modificaciones significativas, durante más de mil años. No fue hasta 1514 cuando el sacerdote polaco Nicolás Copérnico revivió el modelo heliocéntrico del universo. Copérnico lo propuso meramente como un modelo para calcular las posiciones de los planetas porque temía que la Iglesia le tachara de hereje si lo proponía como una auténtica descripción de la realidad. A través de sus estudios de los movimientos planetarios, Copérnico llegó a convencerse de que la Tierra era un planeta más y que el Sol estaba en el centro del universo, hipótesis que se conoce como modelo heliocéntrico. La ruptura de Copérnico marcó uno de los mayores cambios de paradigma que ha habido en la historia, abrió el camino a la astronomía moderna y afectó ampliamente a la ciencia, la filosofía y la religión. El anciano clérigo dudaba si divulgar su teoría, ya que no quería irritar a las autoridades eclesiásticas, por lo cual solo mostró su libro a unos pocos astrónomos. La obra cumbre de Copérnico, *De revolutionibus*, fue publicada cuando se hallaba en su lecho de muerte, en 1543. No vivió lo suficiente para ser testigo del caos que provocaría su teoría heliocéntrica.



Modelo copernicano de universo heliocéntrico.

Copérnico nació el 19 de febrero de 1473 en Torun, Polonia, en una familia de mercaderes y oficiales municipales que otorgaban una elevada prioridad a la educación. Su tío, Lucas Watzenrode, príncipe-obispo de Ermland, se aseguró de que su sobrino recibiera la mejor formación

académica disponible en Polonia. En 1491, Copérnico ingresó en la Universidad de Cracovia, donde siguió una carrera de estudios generales durante cuatro años, antes de viajar a Italia para estudiar derecho y medicina, tal como era habitual en las élites polacas en aquel tiempo. Durante sus estudios en la Universidad de Bolonia (donde llegó a ser profesor de astronomía) Copérnico se alojaba en la casa de Domenico Maria de Novara, el famoso matemático de quien llegó a ser discípulo. Novara era crítico con Ptolomeo, cuya astronomía del siglo segundo contemplaba con escepticismo. En noviembre de 1500, Copérnico observó un eclipse de Luna en Roma. Aunque pasó en Italia algunos años más estudiando medicina, nunca perdió su pasión por la astronomía.



Un eclipse lunar ocurrido en 1500 estimuló por vez primera el interés de Copérnico por la astronomía.

Tras recibir el grado de doctor en derecho canónico, Copérnico ejerció la medicina en la corte episcopal de Heilsberg, donde vivía su tío. La realeza y los altos clérigos requerían sus servicios médicos, pero Copérnico dedicó la mayor parte de su tiempo al servicio de los pobres. En 1503 regresó a Polonia y se trasladó al palacio episcopal de su tío en Lidzbark Warmisnki. Allí, se ocupó de los asuntos administrativos de la diócesis y de asesorar a su tío. Tras el fallecimiento de este en 1512, Copérnico se desplazó definitivamente a Frauenburg y hubiera dedicado el resto de su vida al servicio eclesiástico, pero el estudioso en matemáticas, medicina y teología que había en él estaba tan solo al inicio del trabajo que le haría famoso.

En marzo de 1513, Copérnico adquirió ochocientos bloques de piedra y un barril de cal para construir una torre de observación, en la cual utilizó instrumentos astronómicos como cuadrantes, paralácticos y astrolabios para observar el Sol, la Luna y las estrellas. El año siguiente, escribió un breve *Comentario sobre las teorías de los movimientos de los objetos celestes a*

*partir de sus disposiciones (De hypothesibus motuum coelestium a se constitutis commentariolus)*, pero rehusó publicar el manuscrito y solo lo hizo circular discretamente entre unos pocos amigos de confianza. El *Comentario* fue un primer intento de proponer una teoría astronómica en que la Tierra se mueve y el Sol permanece en reposo. Copérnico no estaba satisfecho con el sistema astronómico aristotélico-ptolemaico que había dominado Occidente durante siglos. Opinaba que el centro de la Tierra no era el centro del universo, sino tan solo el centro de la órbita de la Luna. Copérnico había llegado a la conclusión de que las perturbaciones aparentes en los movimientos observables de los planetas resultaban de la propia rotación de la Tierra alrededor de su eje y de su desplazamiento a lo largo de su órbita. «Giramos alrededor del Sol», concluyó en su *Comentario*, «como todos los demás planetas».

A pesar de las especulaciones de Aristarco sobre un universo heliocéntrico, ya en el siglo III a. C., los teólogos y los intelectuales se sentían más a gusto con una teoría geocéntrica, premisa que nunca fue puesta seriamente en tela de juicio. Prudentemente, Copérnico se abstuvo de desvelar sus opiniones en público y prefirió ir desarrollando en silencio sus ideas, efectuando cálculos minuciosos y trazando sofisticados diagramas, y evitó que sus teorías circularan fuera de un selecto círculo de amistades. Cuando, en 1514, el papa León X requirió al obispo Paolo de Fossombrone que pidiera a Copérnico su opinión sobre la reforma del calendario eclesiástico, el astrónomo polaco replicó que el conocimiento de los movimientos del Sol y de la Tierra con respecto a la longitud del año era insuficiente para poder ser tenido en cuenta en una reforma. El reto debió preocupar a Copérnico, sin embargo, ya que posteriormente escribió al papa Pablo III, el que encargó a Miguel Ángel que pintara la capilla Sixtina, algunas



Ptolomeo fue confundido con frecuencia con los reyes egipcios de la dinastía del mismo nombre. En esta imagen (Ptolomeo utilizando un astrolabio) se le representa coronado.

observaciones relevantes que sirvieron para establecer los fundamentos del calendario gregoriano setenta años después.

Aun así, Copérnico temía exponerse a las iras del público y de la Iglesia, y pasó varios años trabajando en privado para corregir y ampliar el *Comentario*. El resultado fue *Sobre las revoluciones de los orbes celestes* (*De revolutionibus orbium coelestium*) que completó en 1530, pero cuya publicación retrasó durante trece años. El riesgo de una condena eclesiástica no era, sin embargo, la única razón de sus dudas respecto de la publicación, sino que era un perfeccionista y consideraba que sus observaciones debían ser verificadas y revisadas una y otra vez. Continuó enseñando los principios de su teoría planetaria, incluso en presencia del papa Clemente VII, que aprobó sus trabajos. En 1536, Clemente le pidió formalmente que publicara sus teorías, pero fue necesario que un antiguo alumno de veinticinco años, el alemán Georg Joachim Rheticus, que dejó su cátedra de matemáticas en Wittemberg para poder estudiar con Copérnico, persuadiera a su maestro a que publicara *De revolutionibus*. En 1540, Rheticus colaboró en la edición de la obra y entregó el manuscrito a un impresor luterano de Nuremberg, dando así comienzo a la revolución copernicana.



La teología y la astronomía discutiendo. La Iglesia pretendía que las teorías astronómicas fueran acordes con las doctrinas teológicas oficiales.

Cuando *De revolutionibus* apareció en 1543, fue atacado por teólogos protestantes que mantenían que un universo heliocéntrico iba contra la Biblia. Argüían que las teorías de Copérnico podrían hacer que la gente creyera que eran una simple pieza de un orden natural y no los dueños de la naturaleza, ni el centro alrededor del cual se ordena toda ella. Debido a esta oposición clerical, y quizá también por la incredulidad general que suscitaba un universo que no fuera geocéntrico, entre 1543 y 1600 menos de una decena de científicos aceptaron la teoría copernicana. Además, Copérnico no hizo nada por resolver el mayor problema con que se

enfrentaba cualquier sistema en que la Tierra girara alrededor de su eje (y

orbitara alrededor del Sol), a saber, por qué los cuerpos terrestres permanecen sobre la Tierra que gira. La respuesta fue propuesta por Giordano Bruno, un científico italiano, copernicano declarado, que sugirió que el espacio podría no tener límites y que el sistema solar podría ser uno entre muchos otros sistemas en el universo. Bruno también desarrolló algunas ideas puramente especulativas de astronomía que Copérnico no había explorado en *De revolutionibus*. En sus escritos y conferencias, el científico italiano sostenía que en el universo había infinitos mundos habitados por vida inteligente, algunos de los cuales, quizá, con seres superiores a los humanos. Esta audacia puso a Bruno en el punto de mira de la Inquisición, que lo juzgó y condenó por sus creencias heréticas. Fue quemado en la hoguera en 1600.



Los condenados por la Inquisición eran llevados a la hoguera.

En conjunto, sin embargo, el libro de Copérnico no tuvo un impacto inmediato sobre los estudios astronómicos modernos. En *De revolutionibus*, Copérnico no propuso en realidad un sistema heliocéntrico, sino más bien un sistema heliostático. Consideró que el Sol no estaba exactamente en el centro del universo, sino tan solo próximo al centro, para poder dar razón de las variaciones observadas en la retrogresión y el brillo. Sostenía que la Tierra describía cada día un giro completo alrededor de su eje y que daba una vuelta al Sol cada año. En la primera de las seis secciones del libro, se opuso al modelo ptolemaico, que situaba todos los cuerpos celestes en órbita alrededor de la Tierra, y estableció el orden heliocéntrico correcto: Mercurio, Venus, la Tierra, Marte, Júpiter y Saturno (los seis planetas conocidos en aquel tiempo). En la segunda sección, utilizó las matemáticas (es decir, epiciclos y ecuantes)

para explicar los movimientos de las estrellas y los planetas, y razonó que el movimiento del Sol coincidía con el de la Tierra. La tercera sección proporciona una explicación matemática de la precesión de los equinoccios, que Copérnico atribuye a la rotación de la Tierra alrededor de su eje. Las secciones restantes de *De revolutionibus* están dedicadas a los movimientos de los planetas y de la Luna.

Copérnico fue el primero que situó correctamente Venus y Mercurio, y estableció con notable precisión el orden y la distancia de los planetas conocidos. Consideró estos dos planetas (Venus y Mercurio) como los más próximos al Sol, y observó que giran más rápidamente, y en el interior de la órbita de la Tierra.



Copérnico sosteniendo un modelo de su teoría heliocéntrica del universo.

Antes de Copérnico, se creía que el Sol era otro planeta. Situar el Sol en el centro virtual del sistema planetario fue el punto de partida de la revolución copernicana. Al apartar la Tierra del centro del universo, donde se suponía que anclaban todos los cuerpos celestes, Copérnico se vio obligado a preguntarse por las teorías de la gravedad. Las explicaciones precopernicanas de la gravitación habían imaginado un único centro de gravedad (la Tierra), pero Copérnico arguyó que cada cuerpo celeste podría tener sus propias cualidades gravitacionales y sostuvo que, en cada

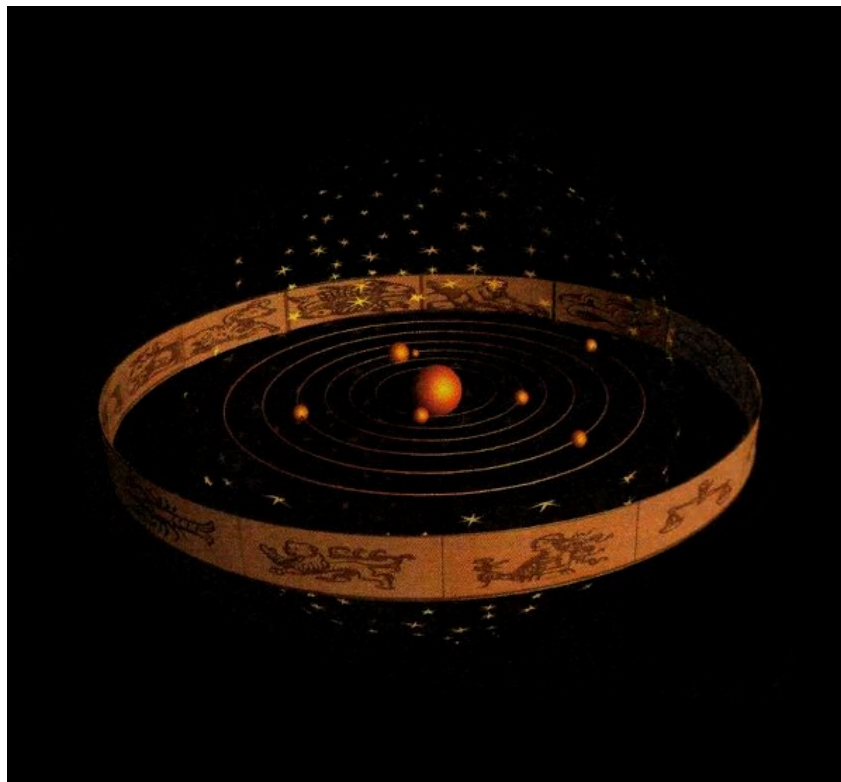
uno de ellos, los objetos pesados tendían hacia su centro. Esta visión condujo finalmente a la teoría de la gravitación universal, pero su impacto no fue inmediato.

En 1543, Copérnico sufrió una parálisis del lado derecho y se fue debilitando física y mentalmente. El declarado perfeccionista que era no tuvo otra opción que abandonar el control de su manuscrito, *De revolutionibus*, en las últimas etapas de impresión. Confió el manuscrito a su alumno, Georg Rheticus, pero cuando este se vio obligado a dejar Nuremberg, el manuscrito cayó en manos del teólogo luterano Andreas Osiander. Este, esperando apaciguar a los partidarios de la teoría geocéntrica, introdujo algunas alteraciones sin el conocimiento y consentimiento de Copérnico: introdujo la

palabra «hipótesis» en la portada, borró párrafos importantes y añadió frases que diluían el impacto y la certeza de la obra. Se dice que Copérnico recibió un ejemplar de su libro impreso en Frauenburg, en su lecho de muerte, sin darse cuenta de las revisiones de Osiander. Sus ideas permanecieron en una relativa oscuridad durante casi cien años, pero el siglo XVII vio cómo gente de la talla de Galileo Galilei, Johannes Kepler e Isaac Newton construían teorías de universos heliocéntricos, aparcando definitivamente las ideas aristotélicas. Muchos han escrito sobre el modesto sacerdote polaco que cambió nuestra manera de ver el universo, pero puede que sea Johann Wolfgang von Goethe, el gran escritor y científico alemán, quien más elocuentemente ha escrito sobre las contribuciones de Copérnico:

*De todas las opiniones y descubrimientos, ninguno debe haber ejercido mayor efecto sobre el espíritu humano que la doctrina copernicana. Apenas el mundo había sido considerado como redondo y completo en sí mismo, cuando se le pidió que renunciara al tremendo privilegio de ser el centro del universo. Quizá nunca se haya hecho una petición tan exigente a la humanidad, ya que, al admitirla, tantas cosas se desvanecían en humo y niebla. ¿Qué se hizo del Edén, nuestro mundo de inocencia, piedad y poesía?; ¿qué se hizo del testimonio de los sentidos, de las convicciones de una fe poético-religiosa? No sorprende que sus contemporáneos rehusaran perder todo esto y presentaran toda la resistencia posible a una doctrina que autorizaba y exigía de sus conversos una libertad de miras y una grandeza de pensamiento desconocidas, ni tan siquiera soñadas, hasta entonces.*

*Johann Wolfgang von Goethe*



### **EL UNIVERSO SEGÚN COPÉRNICO CON EL VÍNCULO ASTROLÓGICO.**

Para quienes estudiaban los «cielos», la astronomía y la astrología eran una misma cosa. También eran llamadas «Ciencias Celestiales».

# **SOBRE LAS REVOLUCIONES DE LOS ORBES CELESTES**

## **INTRODUCCIÓN AL LECTOR SOBRE LAS HIPÓTESIS DE ESTA OBRA<sup>[1]</sup>**

Divulgada ya la fama acerca de la novedad de las hipótesis de esta obra, que considera que la Tierra se mueve y que el Sol está inmóvil en el centro del universo, no me extraña que algunos eruditos se hayan ofendido vehementemente y consideren que no se deben modificar las disciplinas liberales constituidas correctamente ya hace tiempo. Pero si quieren ponderar la cuestión con exactitud, encontrarán que el autor de esta obra no ha cometido nada por lo que merezca ser reprendido. Pues es propio del astrónomo calcular la historia de los movimientos celestes con una labor diligente y diestra. Y además concebir y configurar las causas de estos movimientos, o sus hipótesis, cuando por medio de ningún proceso racional puede averiguar las verdaderas causas de ellos. Y con tales supuestos pueden calcularse correctamente dichos movimientos a partir de los principios de la geometría, tanto mirando hacia el futuro como hacia el pasado. Ambas cosas ha establecido este autor de modo muy notable. Y no es necesario que estas hipótesis sean verdaderas, ni siquiera que sean verosímiles, sino que se basta con que muestren un cálculo coincidente con las observaciones, a no ser que alguien sea tan ignorante de la geometría o de la óptica que tenga por verosímil el epiciclo de Venus, o crea que esa es la causa por la que precede unas veces al Sol y otras le sigue en cuarenta grados o más. ¿Quién no advierte, supuesto esto, que necesariamente se sigue que el diámetro de la estrella en el perigeo es más de cuatro veces mayor, y su cuerpo más de dieciséis veces mayor de lo que aparece en el apogeo, a lo que, sin embargo, se opone la experiencia de cualquier edad?<sup>[2]</sup> También en esta disciplina hay cosas no menos absurdas o que en este momento no es necesario examinar. Está suficientemente claro que este arte no conoce completa y absolutamente las causas de los movimientos aparentes desiguales. Y si al suponer algunas, y ciertamente piensa muchísimas, en modo alguno suponga que puede persuadir a alguien [en que son verdad], sino tan solo para establecer correctamente el cálculo. Pero ofreciéndose varias hipótesis sobre uno solo y el mismo movimiento (como la excentricidad y el epiciclo en el caso del movimiento del Sol) el astrónomo tomará la que con mucho sea más fácil de comprender. Quizá el filósofo busque más la verosimilitud, pero ninguno de los dos

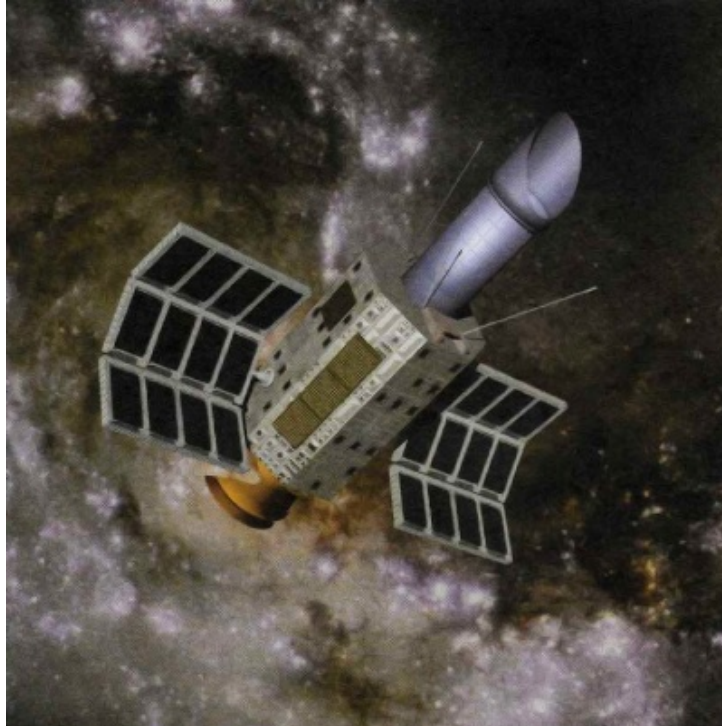
comprenderá o transmitirá nada cierto, a no ser que le haya sido revelado por la divinidad. Por lo tanto, permitamos que también estas nuevas hipótesis se den a conocer entre las antiguas, no como más verosímiles, sino porque son al mismo tiempo admirables y fáciles y porque aportan un gran tesoro de sapientísimas observaciones. Y no espere nadie, en lo que respecta a las hipótesis, algo cierto de la astronomía, pues no puede proporcionarlo; para que no salga de esta disciplina más estúpido de lo que entró, si toma como verdad lo imaginado para otro uso. Adiós.

\* \* \*

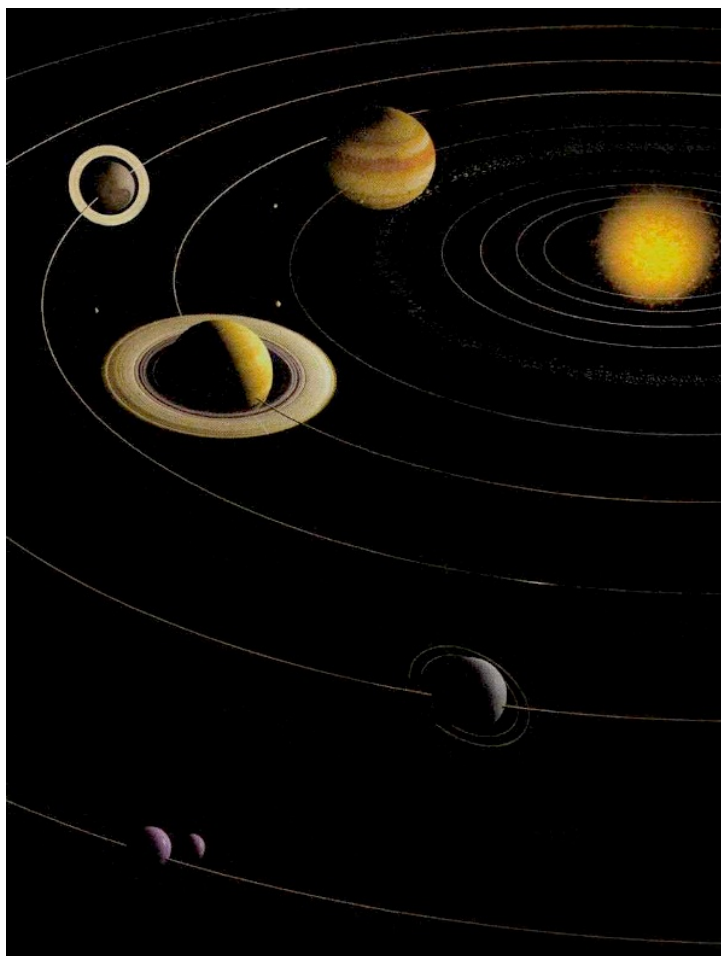
## **LIBRO PRIMERO<sup>[3]</sup>**

Entre los muchos y variados estudios sobre las letras y las artes, con los que se vivifican las inteligencias de los hombres, pienso que principalmente han de abarcarse y seguirse con el mayor afán las que versan sobre las cosas más bellas y más dignas del saber. Tales son las que tratan de las maravillosas revoluciones del mundo y del curso de los astros, de las magnitudes, de las distancias, del orto y del ocaso, y de las causas de todo lo que aparece en el cielo y que finalmente explican la forma total. Pues ¿qué hay más hermoso que el cielo, que contiene toda la belleza? Incluso los propios nombres lo declaran: Cielo y Mundo; este, con denominación de pureza y ornamento, aquel con apelación a lo adornado. Al mismo, por su extraordinaria excelencia, muchísimos filósofos le llamaron dios visible. De ahí que si la dignidad de las artes se estima por la materia que tratan, será sin duda importantísima, esta que unos llaman astronomía, otros astrología, y muchos entre los antiguos la consumación de las matemáticas. Ella es la cabeza de las demás artes nobles, la más digna del hombre libre, y se apoya en casi todas las ramas de las matemáticas. Aritmética, geometría, óptica, geodesia, mecánica, y si hay alguna otra más, todas se dirigen a ella. Y, siendo propio de todas las buenas artes el apartar de los vicios y dirigir la mente de los hombres hacia lo mejor, ella puede proporcionar esto más abundantemente y con increíble placer del espíritu. Pues ¿quién, adhiriéndose a lo que ve constituido en óptimo orden, dirigido por la providencia divina, mediante la asidua contemplación y cierto hábito hacia estas cosas, no es llamado hacia lo mejor y admira al artífice de todo, en el que está la felicidad y el bien

completo? Pues no en vano aquel salmista divino se confesaría: delectado por el trabajo de Dios y arrebatado por las obras de sus manos; si no es porque, por medio de estas cosas como por una especie de vehículo, fuéramos llevados a la contemplación del sumo bien.



Copérnico inició su exploración del universo con astrolabios, compases, cuadrantes y goniómetros de paralaje. Hoy en día continuamos esta exploración utilizando una tecnología que Copérnico jamás pudo siquiera imaginar, como el telescopio International Ultraviolet Explorer (IUE), que explora el universo utilizando luz ultravioleta.



Esta reproducción del sistema solar tal como la vemos en la actualidad constituye, en gran medida, una confirmación de lo que imaginó Copérnico.

Platón advirtió con mucho acierto cuánta utilidad y adorno comporta a la República (pasando por alto las innumerables ventajas para los particulares). Este, en el séptimo libro de las *Leyes*, considera que debe extenderse [su estudio], para que con su ayuda se mantenga viva y vigilante la ciudad, respecto del orden en los días, los tiempos divididos en meses y años con vista a las solemnidades y también a los sacrificios; y si (dice) alguien niega su necesidad para el hombre que desee aprender cualquiera de las más altas doctrinas, pensará con gran estupidez; y estima que falta mucho para que cualquiera pueda llegar a ser o ser llamado divino, si no tiene el conocimiento necesario del Sol, ni de la Luna, ni de los demás astros.

Pero esta ciencia, más divina que humana, que investiga temas de grandísima altura, no carece de dificultades, sobre todo respecto a sus principios y supuestos, a los que los griegos llaman «hipótesis», y vemos que muchos de los que intentaron tratarlos estuvieron en desacuerdo y ni siquiera

utilizaron los mismos cálculos. Además, el curso de los astros y la revolución de las estrellas no ha podido definirse con un número exacto, ni reducirse a un conocimiento perfecto, si no es con mucho tiempo y con muchas observaciones realizadas de antemano, con las que, como ya diré, se transmite a la posteridad de mano en mano. Pues, aunque C. Ptolomeo el Alejandrino, que destaca ampliamente sobre los demás por su admirable ingenio y escrupulosidad, llevó toda esta ciencia a su más alto grado mediante observaciones, durante más de cuatrocientos años, de manera que parecía no faltar nada que él no hubiera abordado; sin embargo, vemos que muchas cosas no coinciden con aquellos movimientos que debían seguirse de su enseñanza, ni con algunos otros movimientos, descubiertos más tarde, aún no conocidos por él. De ahí que, incluso Plutarco, cuando habla del giro anual del Sol, dice: «Hasta ahora, el movimiento de los astros ha vencido la pericia de los matemáticos». En efecto, tomando como ejemplo el año mismo, considero bien claro que han sido tan diversas las opiniones, hasta tal punto que muchos han desesperado de poder encontrar un cálculo seguro sobre él. Así, favoreciéndome Dios, sin el que nada podemos, voy a intentar investigar con más amplitud sobre estas cosas respecto a las otras estrellas, poseyendo más detalles que apoyarán nuestra doctrina, a causa del intervalo más amplio de tiempo entre nosotros y los autores de este arte que nos precedieron, con cuyos hallazgos tendremos que comparar los que han sido también descubiertos de nuevo por nosotros. Confieso que voy a exponer muchas cosas de diferente manera que mis predecesores, aunque conviene apoyarse en ellos, puesto que por primera vez abrieron la puerta en la investigación de estas cosas.



Demostración de Petrus Apianus de que la Tierra es esférica.

## 1. EL MUNDO ES ESFÉRICO

En primer lugar, hemos de señalar que el mundo es esférico, sea porque es la forma más perfecta de todas, sin comparación alguna, totalmente indivisa, sea porque es la más capaz de todas las figuras, la que más conviene para comprender todas las cosas y conservarlas, sea también porque las demás partes separadas del mundo (me refiero al Sol, a la Luna y a las estrellas) aparecen con tal forma, sea porque con esta forma todas las cosas tienden a perfeccionarse, como aparece en las gotas de agua y en los demás cuerpos líquidos, ya que tienden a limitarse por sí mismos, para que nadie ponga en duda la atribución de tal forma a los cuerpos divinos.

## 2. LA TIERRA TAMBIÉN ES ESFÉRICA

También la Tierra es esférica, puesto que por cualquier parte se apoya en su centro. Sin embargo, la esfericidad no aparece inmediatamente como perfecta por la gran elevación de los montes y el descenso de los valles, a pesar de lo cual modifican muy poco la redondez total de la Tierra. Lo cual se clarifica de la siguiente manera. Pues hacia el norte, marchando desde cualquier parte, el vértice de la revolución diurna se eleva poco a poco, descendiendo el otro por el contrario otro tanto, y muchas estrellas alrededor del septentrión parecen no ponerse y algunas hacia el punto austral parecen no salir más. Así, en Italia no se ve Canopus, visible desde Egipto. Y en Italia se ve la última estrella de Fluvius, que no conoce nuestra región de clima más frío. Por el contrario, para los que marchan hacia el sur se elevan aquellas, mientras que descienden las que para nosotros están elevadas. Además, las inclinaciones de los polos con relación a espacios medidos de la Tierra están en cualquier parte en la misma razón, lo que en ninguna otra figura sucede, nada más que en la esférica. De donde es evidente que la Tierra también está incluida entre vértices y, por tanto, es esférica. Hay que añadir también, que los habitantes de oriente no perciben los eclipses vespertinos del Sol y de la Luna, ni los que habitan hacia el ocaso los matutinos; con respecto a los eclipses medios, aquellos los ven más tarde y estos más pronto. También se deduce porque las aguas surcadas por los navegantes tienen esta misma figura: puesto que quienes no distinguen la tierra desde la nave, la contemplan desde la parte alta del mástil; y desde la tierra, a los que permanecen en la orilla, les parece que desciende poco a poco al avanzar la nave, hasta que finalmente se oculta, como poniéndose. Consta también que las aguas, fluidas por naturaleza, se dirigen siempre hacia abajo, lo mismo que la tierra, y no se elevan desde el litoral hacia posiciones anteriores, más de lo que su convexidad permite. Por lo cual es aceptado que la tierra es tanto más alta cuanto más emerge sobre el océano.



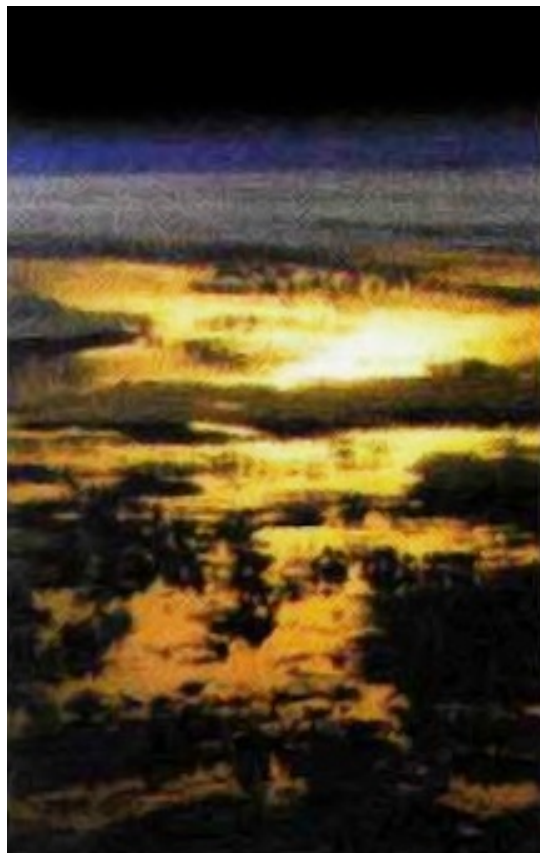
La Tierra vista desde el espacio, mostrando cómo tierra y agua conforman un solo globo.

### **3. DE CÓMO LA TIERRA JUNTO CON EL AGUA FORMA UN GLOBO**

Así pues, el océano que rodea a esta [la tierra] extendiendo sus mares por todas partes, llena sus abismos más profundos. Por tanto convenía que hubiera menos agua que tierra, para que el agua no absorbiera toda la tierra (dirigiéndose ambas por su gravedad hacia el mismo centro) y con el fin de que quedaran algunas partes de tierra e islas perceptibles aquí y allá para salvación de los seres vivos. Pues ¿qué es el propio continente y la superficie de la Tierra sino una isla mayor que las demás? Y no es necesario escuchar a algunos de los peripatéticos, quienes consideraron que toda el agua es diez veces mayor que toda la tierra, aceptando la conjetura de que en la transmutación de los elementos de una parte de tierra resultan diez de agua; y dicen que la tierra sobresale un poco, porque, siendo cavernosa, no se equilibra por todas partes según su gravedad, y que uno es el centro de gravedad y otro el de magnitud. Pero se equivocan por su ignorancia del arte de la geometría, al no saber que el agua no puede ser mayor ni siete veces, para que alguna parte de la tierra estuviera seca, a no ser que la tierra abandonara el centro de gravedad y dejara el lugar a las aguas como más pesadas que ella. Puesto que las esferas se relacionan entre sí como los cubos de sus diámetros. En consecuencia, si para siete partes de agua hubiera una octava parte de tierra, su diámetro no podría ser mayor que la distancia desde

el centro [el radio] a la circunferencia de las aguas. Tanto menos, que el agua sea diez veces mayor.

Que no exista diferencia alguna entre el centro de gravedad de la Tierra y el de su magnitud, puede aceptarse, porque la convexidad de la tierra que emerge del océano no aumenta siempre de una manera continua, en caso contrario rechazaría lo más posible las aguas marinas y no permitiría en modo alguno que irrumpieran los mares internos y los golfos tan extensos. Además, a partir del litoral del océano no cesaría de aumentar la profundidad del abismo, de modo que ni isla alguna, ni escollo, ni ningún terreno, serviría de obstáculo a los que navegando avanzan alejándose. Y ahora consta que entre el mar de los egipcios y el golfo Árábigo hay apenas más de quince estadios, en medio casi de la superficie de la Tierra. Y, por otra



El mapa copernicano de tierra y agua era notablemente preciso para su tiempo.

parte, Ptolomeo, en su *Cosmografía*, extiende la tierra habitable hasta el círculo medio, dejando lo restante de la tierra como desconocido, donde los más modernos añadieron Catay y otras regiones amplísimas hasta los LX grados de longitud, de modo que la tierra es habitada ya en una longitud mayor que la ocupada por el resto del océano. Si además se añaden a estas tierras las islas encontradas en nuestro tiempo por los príncipes de España y Portugal, y sobre todo América, llamada así por su descubridor, el jefe de las naves, a la que por su magnitud aún desconocida la consideran otra superficie de la Tierra [«orbis terrarum»], además de las muchas islas desconocidas antes, por la que tampoco sorprendería que hubiera antípodas o antíctonas. Pues el cálculo geométrico obliga a pensar que la propia América es diametralmente opuesta a la India del Ganges por su situación.

Por todas estas cosas, juzgo suficientemente claro que la tierra y el agua conjuntamente se apoyan en un solo centro de gravedad, y que este no es otro que el centro de magnitud de la Tierra, la cual siendo más pesada, llena con

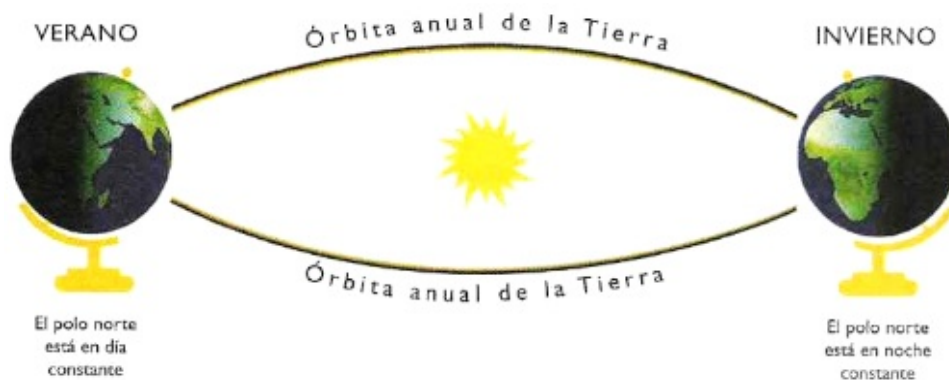
agua sus partes deprimidas; y, por tanto, que hay menor cantidad de agua en comparación con la de tierra, aunque en la superficie aparezca más cubierta de agua. Sin duda, es necesario que la tierra con las aguas que la rodean tenga la figura que muestra su sombra: pues produce que la Luna se eclipse proyectando círculos perfectos. En consecuencia, no es plana como opinaron Empédocles y Anaxímenes, ni semejante a un tambor, como opinó Leucipo, ni escafoide como Heráclito, ni cóncava de otro modo, como Demócrito, ni cilíndrica, como Anaximandro, ni es infinita en su parte inferior teniendo debajo una gran cantidad de raíces, como Jenófanes, sino perfectamente redonda, como opinan los filósofos.

#### **4. EL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS CELESTES ES REGULAR Y CIRCULAR, PERPETUO O COMPUESTO POR MOVIMIENTOS CIRCULARES**

Después de esto, recordaremos que el movimiento de los cuerpos celestes es circular. Pues la movilidad de la esfera es girar en un círculo, expresando mediante el mismo acto su forma, en un cuerpo simplicísimo, donde no se puede encontrar ni principio ni fin, ni distinguir uno de otro, mientras [la esfera] pasa hacia los mismos puntos volviendo hacia ellos. Sin embargo, hay varios movimientos a causa de la multitud de órbitas.<sup>[4]</sup> La más conocida de todas es la revolución diaria, a la que los griegos llaman *νυχθήμερον*, esto es, un espacio de tiempo de un día y una noche. Por eso se piensa que todo el mundo se desliza desde el orto hacia el ocaso, excepto la Tierra. Esta revolución se entiende como la medida común de todos los movimientos, puesto que medimos el tiempo sobre todo por el número de días.

Después vemos otras revoluciones como en sentido contrario, esto es, del ocaso al orto, me refiero a la del Sol, la de la Luna y de las cinco estrellas errantes. Así, el Sol nos proporciona el año, la Luna los meses, los períodos de tiempo más divulgados; así, los otros cinco planetas realizan cada uno su propio ciclo. Sin embargo, las diferencias son múltiples: primero, porque no giran alrededor de los mismos polos a través de los que se desenvuelve aquel primer movimiento, avanzando por la oblicuidad de la eclíptica; después, porque en su propio ciclo no parecen moverse con regularidad. Pues el Sol y la Luna se observan a lo largo de su curso unas veces lentos, otras veces más rápidos. Pero percibimos también que las otras cinco estrellas errantes retroceden a veces y después se detienen.

Y mientras el Sol avanza constante y directamente por su camino, aquellos andan errantes de diversos modos, vagando unas veces hacia el sur, otras hacia el norte: por ello son llamados «planetas». Añádase también el que unas veces se presentan más cercanos a la Tierra y se llaman perigeos [que están en su perigeo], otras más alejados y se les dice apogeos [que están en su apogeo]. Y no menos conviene confesar que los movimientos son circulares, o compuestos por muchos círculos, porque mantienen las irregularidades según una ley fija y con renovaciones constantes: lo que no podría suceder si no fueran circulares. Pues el círculo es el único que puede volver a recorrer el camino recorrido. Como, por ejemplo, el Sol, con su movimiento compuesto de círculos, nos trae de nuevo, una vez y otra, la irregularidad de los días y las noches y las cuatro estaciones del año, en lo cual se reconocen varios movimientos: puesto que no puede suceder que un cuerpo celeste simple se mueva desigualmente en una sola órbita. Pues esto podría acontecer, o por la inconstancia de la fuerza motriz, bien por una causa exterior o por su propia naturaleza, o por las modificaciones del cuerpo que gira. Pero como repugnan a la inteligencia una y otras, y es indigno pensar que tal cosa se produce en los cuerpos que están constituidos por una ordenación óptima, es consecuente admitir que sus movimientos regulares nos aparecen como irregulares, bien por los diferentes polos de sus círculos, o también porque la Tierra no está en el centro de los círculos, a través de los cuales ellos se mueven, y para nosotros que contemplamos desde la Tierra el tránsito de estos astros, nos sucede que, por sus irregulares distancias, nos parecen los más cercanos mayores que los que están más alejados (según ha sido mostrado en la óptica); así, en arcos iguales de una órbita (al ser visto a una distancia diferente) aparecerán movimientos desiguales en tiempos iguales. Por esta causa ante todo, juzgo necesario que con todo cuidado señalemos cuál sea el comportamiento de la Tierra con respecto al cielo, para que mientras queremos estudiar lo más alto, no ignoremos lo que nos es más próximo, y por el mismo error atribuyamos a los cuerpos celestes lo que es propio de la Tierra.



Explicación copernicana de un bucle planetario.

## 5. ACERCA DE SI EL MOVIMIENTO DE LA TIERRA ES CIRCULAR Y DE SU POSICIÓN

Ya se ha demostrado que también la Tierra tiene forma de globo. Pienso que se debe ver si el movimiento es consecuencia de su forma y qué posición ocupa en el universo: sin estos datos no es posible hallar una razón fija de los movimientos aparentes en el cielo. Aunque entre los autores, una mayoría conviene en que la Tierra descansa en medio del mundo, de manera que juzgan esto como inopinable y hasta ridículo pensar lo contrario; sin embargo, si lo consideramos con más atención, esta cuestión aparecerá no ya solo como no resuelta, sino también como nada despreciable. Pues todo cambio según la posición que aparece, o es por el movimiento de lo mirado, o del que mira, o evidentemente por un cambio dispar de uno y otro. Pues no se percibe movimiento entre movimientos iguales entre sí, me refiero a entre lo visto y el que ve. Y es desde la Tierra, a partir de donde se contempla aquel ciclo celeste y se representa a nuestra visión. En consecuencia, si se le atribuye algún movimiento a la Tierra, el mismo aparecerá igual en el universo que le es exterior, pero como si pasaran por encima en sentido opuesto, tal es en primer lugar la revolución diaria. Pues este movimiento parece arrastrar a todo el mundo, excepto a la Tierra y lo que está a su alrededor. Y si concedieras que el cielo no tiene nada que ver con este movimiento, y que la Tierra gira del ocaso hacia el orto, si alguien con seriedad estudia cuanto se refiere al orto y ocaso aparente del Sol, de la Luna y de las estrellas encontrará que estas cosas suceden así. Y siendo el cielo el que contiene y abarca todo, el lugar común de todas las cosas, no aparece claro

inmediatamente por qué no se atribuye el movimiento más al contenido que al continente, a lo colocado más que a lo que proporciona la localización [«locato quam locanti»]. Con razón eran de esta opinión los pitagóricos Heráclides, Ecfanto y Nicetus de Siracusa, según Cicerón, que suponían a la Tierra dando vueltas en el centro del mundo. Opinaban que las estrellas se oponían a causa de la interposición de la Tierra y que salían al cesar de interponerse.

Supuesto esto, sigue también otra duda, y no menor, sobre la posición de la Tierra, aunque ahora se acepta y se cree por casi todos que la Tierra está en el centro del mundo. Puesto que, si alguien niega que la Tierra conserva el medio o centro del mundo, no admitiendo, sin embargo, que la distancia [entre el centro de la Tierra y el centro del mundo] es tan grande que fuera comparable [a la distancia] con la esfera de las estrellas fijas, aunque sea importante y se pone de manifiesto en relación con las órbitas del Sol y de las demás estrellas, y por ello estime que el movimiento de estos aparece diversificado, como si fueran regulados por otro centro distinto del de la Tierra, quizá pudiera aportar una razón no inadecuada sobre el movimiento de apariencia irregular. Pues el que los astros errantes se perciban más cercanos a la Tierra, y los mismos más alejados, necesariamente prueba que el centro de la Tierra no es centro de aquellos círculos. Lo que consta es si la Tierra se acerca o se aleja de aquellos o aquellos de la Tierra, y no sería asombroso, si alguien opinase que además de aquella revolución diaria existe algún otro movimiento de la Tierra. Y se cuenta que Filolao el Pitagórico, matemático no vulgar, hasta el punto de que para verle Platón no dudó en dirigirse a Italia, según transmiten los que escribieron la vida de Platón, opinó que la Tierra giraba, e incluso que se movía con varios movimientos, y que era uno más entre los astros.

Pero muchos pensaron que podía demostrarse con cálculo geométrico que la Tierra está en el medio del mundo, y que es como un punto central con respecto a la inmensidad del cielo, y que por esta causa es inmóvil, de modo que al moverse el universo el centro permanece sin movimiento, y lo que está próximo al centro se mueve muy lentamente.

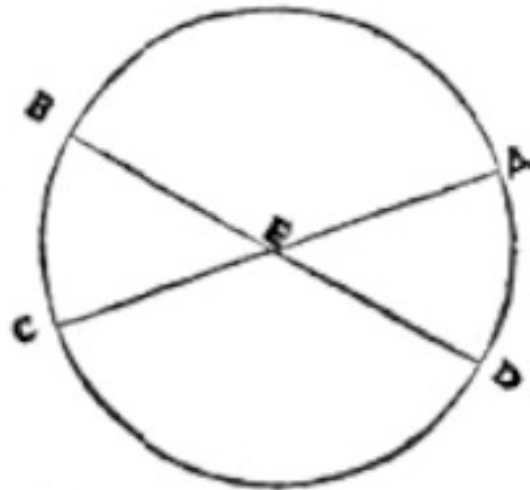


Sus contemporáneos sostenían una visión opuesta, simbólicamente representada aquí, donde se muestra a Atlas soportando el universo entero, que se reduce a nuestro sistema solar.

## 6. DE LA INMENSIDAD DEL CIELO CON RESPECTO A LA MAGNITUD DE LA TIERRA

El hecho de que esta tan gran masa de la Tierra no sea comparable con la magnitud del cielo puede entenderse por lo siguiente: porque los círculos limitantes (pues así se traducen los ὀρίζονταζ de los griegos) cortan en dos toda la esfera del cielo, esto no podría suceder si la magnitud de la Tierra comparada con el cielo, o su distancia desde el centro del mundo, fuera muy importante. Pues el círculo que corta la esfera en dos pasa por el centro de la esfera y es el máximo de los circunscribidles.

Así pues, el horizonte sea el círculo *ABCD*, y sea *E* la Tierra, donde está nuestro punto de vista y el centro del horizonte, desde el cual se separan las [estrellas] visibles de las no visibles. Por medio de una dioptra o de un horoscopo o un corobate, colocado en *E*, se ve el principio de Cáncer naciente en el punto *C*, y en el mismo momento aparece el principio de Capricornio poniente en el punto *A*. En consecuencia, estando *AEC* en



línea recta según la dioptra, consta que es un diámetro de la eclíptica, porque los seis signos [del zodíaco] visibles delimitan un semicírculo, y el centro *E* es el mismo que el del horizonte. Pero terminada la revolución, cuando el principio de Capricornio surja en *B*, entonces se verá también el ocaso, de Cáncer en *D* y la línea *BED* será recta y un diámetro del mismo círculo: y es patente que su centro está en la sección común. En consecuencia, el círculo del horizonte cortará siempre en dos a la eclíptica, que es el círculo máximo de la esfera. Y como en la esfera, si un círculo corta por la mitad a alguno de los círculos máximos, también el que corta es máximo. Por tanto, uno de los círculos máximos es el horizonte, y su centro, según parece, es el mismo que el de la eclíptica, siendo, sin embargo, necesario que sea distinta la línea que parte de la superficie de la Tierra, y la que parte del centro. Pero a causa de la inmensidad con respecto a la Tierra se asemejan a paralelas, que parecen como una sola línea por la excesiva distancia del límite final, cuando el espacio mutuo que comprenden en relación con su longitud resulta de este modo incomparable para la percepción, como se demuestra en óptica.

Por este argumento aparece suficientemente claro que el cielo es inmenso en comparación con la Tierra y que ofrece un aspecto de infinita magnitud, pero ante todo, para la estimación de los sentidos. En magnitud, la Tierra es con respecto al cielo como un punto con respecto al cuerpo y como lo finito con respecto a lo infinito. Y no parece haberse demostrado otra cosa; pues de ahí no se sigue que la Tierra deba estar quieta en el medio del mundo. Y aún nos admiramos más de que tan vasto mundo de la vuelta en un espacio de XXIV horas, más que una mínima parte de este que es la Tierra.

En cuanto a los que dicen que el centro es inmóvil y también que las cosas próximas al centro se mueven menos, esto no prueba que la Tierra esté quieta



Una esfera armilar flamenca del siglo xv muestra un modelo geocéntrico con siete anillos planetarios anidados.

en medio del mundo, y no es diferente que si dijeras que el cielo gira, pero los polos están fijos, y que las cosas próximas a los polos se mueven muy poco. De este modo se manifiesta que Cynosura [la estrella polar] se mueve con mucha mayor lentitud que Aquila o Canícula, porque describe un círculo menor por la proximidad del polo. Como todas ellas forman parte de una misma esfera, cuya movilidad, desapareciendo junto a su eje, no admite un movimiento igual entre sí de todas sus partes; sin embargo, la revolución total las conduce en una igualdad de tiempo, pero no en una igualdad de espacio.

En esta razón se apoya el argumento según el cual la Tierra constituye una parte de la esfera celeste, de la misma especie y del mismo movimiento, de modo que por

estar próxima al centro se mueve poco. Luego, ella misma se moverá, en cuanto cuerpo existente, no en cuanto centro, en el mismo tiempo con respecto a arcos semejantes del círculo celeste, aunque menores. Que esto es falso, es más claro que la luz: pues entonces sería necesario que el mediodía permaneciera siempre en un lugar, y en otro siempre fuera medianoche, y no se podrían producir ni los ortos ni los ocasos cotidianos, siendo uno e inseparable el movimiento del todo y de la parte.

Pero la relación entre aquellas cosas que están separadas por una diferencia sustancial es enteramente diversa: las que se mueven en una órbita más pequeña avanzan más deprisa que las que recorren un círculo mayor. Así, el astro Saturno, el mayor de los errantes, completa su giro en el año treinta, y la Luna, que sin duda es el más próximo a la Tierra, recorre su circuito en un mes; y la misma Tierra, finalmente, parecerá completar su circuito en el espacio de tiempo de un día y una noche. Por consiguiente resurge la duda sobre la revolución diaria.

E incluso su posición se cuestiona como menos segura por lo anteriormente dicho. Pues dicha demostración no aporta ninguna otra cosa que la inmensa magnitud del cielo con respecto a la Tierra. Y no consta en manera alguna hasta dónde se extiende esta inmensidad. Igual que, en el extremo opuesto, en los corpúsculos mínimos e indivisibles, que llaman átomos, aunque no son sensibles, duplicados o tomados múltiplemente no componen de inmediato un cuerpo visible, pero pueden multiplicarse hasta tal punto que sean suficientes para aparecer con una magnitud aparente; así ocurre también con respecto a la posición de la Tierra, aun no estando en el centro del mundo, sin embargo, su distancia [al centro] es incomparable sobre todo en relación con la esfera de las estrellas fijas.

## **7. POR QUÉ LOS ANTIGUOS PENSARON QUE LA TIERRA ESTABA INMÓVIL EN MEDIO DEL MUNDO COMO SI FUERA SU CENTRO**

Los filósofos antiguos, con algunas otras razones, intentaron demostrar en esta cuestión que la Tierra estaba en el medio del mundo. Así, alegan como causa más poderosa la de la gravedad y la ligereza. Pues la Tierra es el elemento más pesado y todas las cosas pesadas son conducidas hacia ella, y tienden hacia su auténtico punto medio. En efecto, siendo la Tierra esférica, hacia ella son arrastradas las cosas más graves por su propia naturaleza, formando ángulos rectos con su superficie, y si no fueran retenidas en dicha superficie, caerían hacia su centro: puesto que una línea recta, que cae perpendicular a una superficie plana, tangente a la esfera, pasa por el centro. Pero parece seguirse que las cosas son conducidas al punto medio para quedar inmóviles en el centro. En consecuencia, tanto más descansará toda la Tierra en el centro, y ella, que recibe en sí todo lo que cae, permanecerá inmóvil por su peso.

De igual modo, también se intenta probarlo en razón del movimiento y de su naturaleza. Dice Aristóteles que el movimiento de un cuerpo simple es simple. Pero hay un movimiento simple recto y otro circular; de los rectos hay uno hacia arriba y otro hacia abajo. Por lo que todo movimiento simple o se dirige hacia el centro, que es hacia abajo, o parte del centro, que es hacia arriba, o alrededor del centro, que es el circular. De este modo, conviene que las tierras y las aguas, consideradas elementos más pesados, sean arrastradas hacia dentro, esto es, que se dirijan al centro, pero los aires y los fuegos, que

se destacan por su ligereza, han de moverse desde el centro hacia arriba. Parece conveniente conceder un movimiento rectilíneo a estos cuatro elementos, y en cambio a los cuerpos celestes el que se muevan en una órbita alrededor del centro. Esto dice Aristóteles.

Consecuentemente, dice Ptolomeo de Alejandría, si la Tierra diese vueltas, al menos una revolución diaria, tendría que suceder lo opuesto a lo antes señalado. Pues su movimiento tendría que ser muy violento y su rapidez insuperable, ya que en XXIV horas recorrería todo el ámbito de la Tierra. Pero este movimiento vertiginoso lanzaría de repente todas las cosas y parecerían incapaces de unirse, y más bien se dispersaría lo unido, a no ser que alguna fuerza de coherencia las mantuviera en su unidad. Y ya hace tiempo, dijo, la Tierra dispersada se habría elevado al mismo cielo (lo que es totalmente ridículo), y con mayor motivo, los seres animados y todas las demás cosas sueltas en manera alguna permanecerían estables. Pero tampoco las cosas que caen se dirigirían en línea recta al lugar destinado para ellas, ni en la perpendicular, desplazada entre tanto [la posición] por tanta rapidez. Y también veríamos que las nubes y cualquier otra cosa pendiente en el aire siempre eran arrastradas hacia el ocaso [occidente].

## **8. SOLUCIÓN DE DICHAS RAZONES Y SU INSUFICIENCIA**

Por estas y semejantes razones dicen que la Tierra está inmóvil en el medio del mundo y que no hay duda sobre ello. Pero si alguien opinara que la Tierra da vueltas, diría que tal movimiento es natural y no violento. Y lo que acontece de acuerdo con la naturaleza produce resultados opuestos a lo que acontece de acuerdo con la violencia. Pues es necesario que se destruyan aquellas cosas sobre las que actúa la fuerza y el ímpetu, y que no puedan subsistir mucho tiempo. Pero lo que surge de la naturaleza se mantiene correctamente y se conserva en su composición óptima. Luego, en vano teme Ptolomeo que la Tierra y todo lo terrestre se disperse a causa de una revolución realizada por la eficacia de la naturaleza, que está bien lejos de la del arte o de lo que puede conseguirse mediante el ingenio humano.

Pero ¿por qué no sospecha eso mismo, con mayor razón del mundo, cuyo movimiento debe ser tanto más veloz cuanto es mayor el cielo que la Tierra? ¿O se ha hecho el cielo tan inmenso, porque un movimiento de inefable vehemencia lo aleja del centro, y de no ser así caería si estuviera quieto? Con

seguridad, si este razonamiento tuviera razón de ser, la magnitud del cielo también se dirigiría hacia lo infinito. Pues un movimiento cuanto más es llevado hacia lo alto por su ímpetu, tanto más veloz será a causa de la siempre creciente circunferencia, que necesariamente ha de recorrer en el espacio de XXIV horas: y a la vez, al crecer el movimiento, crece la inmensidad del cielo. Así la velocidad hará avanzar hasta el infinito a la magnitud y la magnitud a la velocidad. Y según aquel axioma físico: *lo que es infinito no puede ser atravesado ni movido bajo razón alguna. Luego necesariamente el cielo estará quieto.*

Pero dicen que fuera del cielo no hay ningún cuerpo, ni lugar, ni vacío, ni en absoluto nada, y no existe nada por donde pueda extenderse el cielo. Entonces es realmente admirable, si algo puede ser contenido por nada. Pero si el cielo fuera infinito y solo fuera finito en su concavidad interior, quizá con más fuerza se confirmará que fuera del cielo no hay nada, puesto que cualquier cosa estaría en él, sea cual sea la magnitud que ocupara, pero el ciclo mismo permanecería inmóvil. Pues el argumento más fuerte para intentar demostrar que el mundo es finito es el movimiento.

Pero dejemos a la discusión de los fisiólogos [filósofos de la naturaleza] si el mundo es finito o infinito, teniendo nosotros como seguro esto, que la Tierra está limitada por sus polos y terminada por una superficie esférica. Luego, por qué dudamos aún en concederle una movilidad por naturaleza congruente con su forma, en vez de deslizarse todo el mundo, cuyos límites se ignoran y no se pueden conocer, y no confesamos sobre la revolución diaria que es apariencia en el cielo y verdad en la Tierra, y que estas cosas son como lo que dijera el Eneas de Virgilio, cuando afirma: «Salimos del puerto y las tierras y las ciudades retroceden». Puesto que al flotar una nave sobre la tranquilidad de las aguas, todo lo que está fuera de ellos es considerado por los navegantes moviéndose, de acuerdo con la imagen de su movimiento, y al mismo tiempo juzgan que están quietos, con todo lo que está con ellos. Así, en lo concerniente al movimiento de la Tierra, puede estimarse que todo el mundo da vueltas.

Por consiguiente, ¿qué podríamos decir de las nubes y de todas las demás cosas que flotan en el aire, bajan, se detienen, o suben de nuevo a las alturas, si no es que la Tierra, con el elemento acuoso unido a ella, se mueve de esta forma, y también que una parte no pequeña de aire y todo lo que tiene del mismo modo relación con la Tierra, sea porque el aire próximo a la Tierra, mezclado con materia acuosa o térrea, sigue la misma naturaleza que la Tierra, o sea porque el movimiento del aire es adquirido, que participa en la

perpetua revolución y sin resistencia a causa de la contigüidad de la Tierra? Por el contrario, con una admiración igual, dicen que la región superior del aire sigue el movimiento celeste, lo que revelan aquellas estrellas repentinas, me refiero a los cometas, también llamadas pogonías [barbadas] por los griegos, para cuya generación designan tal lugar; las cuales también, como los otros astros, nacen y se ponen. Nosotros podemos decir que, por su gran distancia desde la Tierra, esa parte del aire está privada de aquel movimiento terrestre. Por eso aparecerá tranquilo el aire que está próximo a la Tierra, y también lo que está suspendido en él, a no ser que, como puede suceder, sean agitados por el viento o cualquier otro ímpetu. ¿Pues es el viento en el aire otra cosa distinta que las olas en el mar?

Pero tenemos que confesar que el movimiento de lo que cae y de lo que se eleva es doble, en comparación con el del mundo, y compuesto de un movimiento recto y uno circular. Y en cuanto a las cosas que caen por su propio peso, siendo sobre todo de tierra, no es dudoso que las partes conserven la misma naturaleza que el todo. Y no se presenta ninguna otra razón en las que por una fuerza ígnea son lanzadas hacia las alturas. Pues también este fuego terrestre se alimenta sobre todo de una materia térrea, y definen la llama no de otra manera que como humo ardiente. Pues es propiedad del fuego extenderse a todo lo que invade: y esto lo hace con tanta fuerza que con ningún procedimiento ni con ninguna máquina puede impedirse que, rota la cárcel, complete su obra. También el movimiento se extiende desde el centro hasta la circunferencia. De ahí que, si alguna de las partes terrestres se encendiera, sería llevada del centro a lo alto.

En consecuencia, lo que dicen de que un movimiento simple es propio de un cuerpo simple, se verifica en primer lugar del circular, si el cuerpo simple permanece en su lugar natural y en su propia unidad. En esa posición el



Compás de la época de Copérnico.

movimiento no es otro que el circular, que permanece totalmente en sí, semejante a lo que está en reposo. Sin embargo, el movimiento rectilíneo sobreviene a aquellas cosas que son desplazadas de su lugar natural, o que son empujadas o que de algún modo están fuera de él. Y nada repugna tanto a la ordenación y forma de todo el mundo cuanto que algo esté fuera de su sitio. Luego el movimiento recto no sucede sino a aquellas cosas que no se mantienen correctamente y no son perfectas conforme a la naturaleza, cuando se separan de su todo y abandonan su unidad. Sobre todo las que se agitan arriba y abajo, y no tienen, excepto el circular, ningún movimiento simple, uniforme y regular, pues no pueden estar en equilibrio a causa de su ligereza o por el impulso de su peso. Y todo lo que cae, teniendo al principio un movimiento lento, aumenta su velocidad al caer. Por el contrario, vemos que este fuego terreno (y no vemos ningún otro) impulsado hacia lo alto, inmediatamente languidece, reconociendo como causa la de la violencia de la materia terrestre. El circular siempre gira regularmente, pues tiene una causa constante, sin embargo aquel [el rectilíneo] deja de acelerarse; porque al conseguir su lugar dejan de ser pesados o ligeros y cesa aquel movimiento. Siendo, pues, el movimiento circular el del todo, en cambio el rectilíneo el de las partes, podemos comparar el movimiento circular con el rectilíneo, como un ser vivo con uno enfermo. Y el hecho de que Aristóteles divida el movimiento simple en tres clases: el que parte del centro, el que se dirige al centro y el que gira alrededor del centro, se juzgará como un único acto de razonamiento, del mismo modo que distinguimos la línea, el punto y la superficie, aunque no pueden subsistir el uno sin el otro, o sin el cuerpo.

A esto se añade también que la condición de inmovilidad se considera más noble y divina que la de mutación o inestabilidad, que convienen por ello más a la Tierra que al mundo. Añado también que parecería bastante absurdo adjudicar un movimiento al continente o localizante y no más bien al contenido o localizado, que es la Tierra. Finalmente, siendo manifiesto que las estrellas errantes se aproximan o se alejan de la Tierra, entonces será el movimiento de un solo cuerpo que se desarrolla alrededor del punto medio (ellos quieren que sea el centro de la Tierra), desde el punto medio y también hacia el mismo. En consecuencia, conviene que el movimiento, que se realiza alrededor del punto medio, sea tomado como el más general y suficiente, de modo que el movimiento de cada uno se apoye sobre su propio centro.

A partir de todas estas cosas adviertes que es más probable la movilidad de la Tierra que la quietud, sobre todo con respecto a la revolución diaria,

mucho más propia de la Tierra. Y pienso que esto es suficiente para la primera parte de la cuestión.

## **9. SI PUEDEN ATRIBUIRSE A LA TIERRA VARIOS MOVIMIENTOS Y ACERCA DEL CENTRO DEL MUNDO**

En consecuencia, como nada impide la movilidad de la Tierra, pienso que ahora hay que ver si le convienen varios movimientos, de modo que pueda considerarse uno de los astros errantes. Pues que no es el centro de todas las revoluciones lo manifiestan el aparente movimiento irregular de las errantes y sus distancias variables a la Tierra, que no pueden entenderse mediante un círculo homocéntrico sobre la Tierra. Luego, si existen varios centros, cualquiera podrá dudar, no temerariamente, del centro del mundo, sobre si realmente lo es el centro de gravedad terrestre u otro. Yo creo que la gravedad no es sino una cierta tendencia natural, ínsita en las partes por la divina providencia del hacedor del universo, para conferirles la unidad e integridad, juntándose en forma de globo. Este modo de ser es también atribuible al Sol, la Luna y las demás fulgurantes entre las errantes, para que, por su eficacia, permanezcan en la redondez con la que se presentan, las cuales, sin embargo, realizan sus circuitos de muchos modos diferentes.

En consecuencia, si la Tierra realiza otros movimientos, por ejemplo alrededor del centro, será necesario que estos sean semejantes a los que aparecen exteriormente en muchos [astros], entre ellos encontramos el circuito anual. Puesto que si se cambiara [el movimiento] de solar en terrestre, concedida la inmovilidad del Sol, los ortos y los ocasos de los signos y de las estrellas fijas, por los cuales se convierten en estrellas matutinas y vespertinas, aparecerían del mismo modo, y también las detenciones, los retrocesos y avances de las errantes, no parecería como propio de ellas, sino como un movimiento de la Tierra, que cambian en virtud de sus apariencias. Finalmente, se pensará que el Sol ocupa el centro del mundo. Todo esto nos lo enseña la razón del orden, según la cual se suceden unas cosas a otras, y la armonía de todo el mundo, si, como dicen, con los dos ojos contemplamos esta cuestión.

\* \* \*



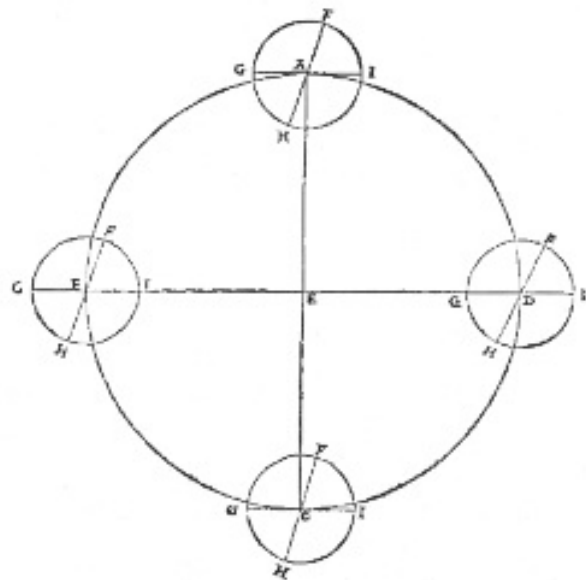
Salida de la Tierra sobre la Luna.

## 11. DEMOSTRACIÓN DEL TRIPLE MOVIMIENTO DE LA TIERRA

En consecuencia, como tantos y tan grandes testimonios de las estrellas errantes concuerdan con la movilidad terrestre, exponaremos ahora tal movimiento en resumen, demostrando al menos los fenómenos aparentes mediante el mismo como hipótesis. Es necesario admitir un triple movimiento. El primero, el que hemos dicho que era llamado  $\nu\chi\sigma\eta\mu\epsilon\rho\iota\nu\acute{o}\nu$  por los griegos, el circuito del día y de la noche, que se dirige del ocaso al orto alrededor del eje de la Tierra, en cuanto se considera que el mundo es llevado en la dirección opuesta, describiendo el círculo equinoccial, al que algunos llaman equidial, imitando la significación de los griegos, entre los que se llama  $\acute{\iota}\sigma\eta\mu\epsilon\rho\iota\nu\acute{o}\varsigma$ . El segundo es el movimiento anual del centro, el cual describe el círculo de los signos alrededor del Sol, de modo semejante del ocaso al orto, esto es, del oeste al este, avanzando entre Venus y Marte (como se ha dicho) con los cuerpos que le acompañan. Esto hace que el mismo Sol, con un movimiento similar, parezca atravesar el zodiaco. Por ejemplo, de este modo, al pasar el centro de la Tierra por Capricornio, el Sol parece atravesar Cáncer, al pasar por Acuario, en Leo, y así sucesivamente (como decíamos). Es necesario entender que el círculo equinoccial y el eje de la Tierra tienen una inclinación variable con respecto a este círculo, que pasa por la mitad de los signos, y su plano [plano de la eclíptica]. Porque si permanecieran fijos y no siguiesen sino el movimiento del centro, no

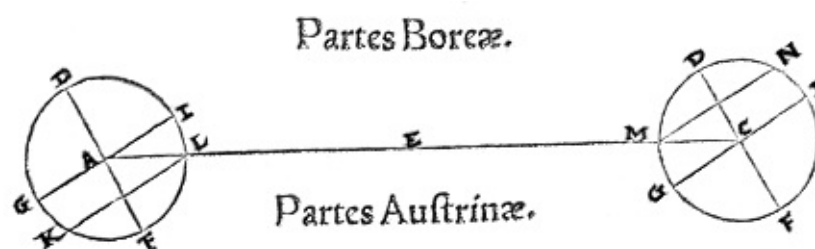
aparecería ninguna desigualdad entre los días y las noches, sino que sería o solsticio de verano o de invierno, o equinoccio, o verano, o invierno, o cualquier otra forma del tiempo permanecería igual a sí misma. Luego, sigue el tercer movimiento, el de declinación, también una revolución anual, pero hacia el oeste, esto es, retrocediendo al contrario del movimiento del centro. Y así, a causa de estos dos movimientos casi iguales y contrarios entre sí, sucede que el eje de la Tierra y, en ella misma el mayor de los paralelos, el ecuador miran siempre casi hacia la misma parte del mundo, y de ahí que permanezcan como inmóviles. Entretanto el Sol parece moverse por la oblicuidad de la eclíptica, con el mismo movimiento que el centro de la Tierra, y no de otra manera que si este [el centro de la Tierra] fuera el centro del mundo, con tal de que recuerdes que la distancia entre el Sol y la Tierra en comparación con la esfera de las estrellas fijas excede ya a nuestra vista.

Como estas cosas son de tal manera, que más desean ser comprendidas por los ojos que dichas, tracemos el círculo *ABCD*, que representará el circuito anual del centro de la Tierra en el plano de la eclíptica, y sea *E* el Sol, el centro del mismo. Este círculo lo cortaré en cuatro partes con los diámetros *AEC* y *BED*. Ocupe el punto *A* el principio de Cáncer, *B* el de Libra, *C* el de Capricornio, *D* el de Aries. Y pongamos el centro de la Tierra primero en *A*, sobre el cual dibujaré el



ecuador terrestre *FGHI*, pero no en el mismo plano, sino que el diámetro *GAI* sea la sección común de los círculos, me refiero al ecuador y a la eclíptica. Trazado también el diámetro *FAH*, formando ángulos rectos [perpendicular] con el *GAI*, sea *F* el límite de declinación máxima austral, y *H* boreal. Así dispuestas correctamente estas cosas, los terrestres verán el Sol, que está en el centro *E*, en el solsticio de invierno bajo Capricornio, que produce *H*, máxima declinación boreal vuelta hacia el Sol, porque la declinación del ecuador con respecto a la línea *AE*, por medio de la revolución diurna, describe el trópico de invierno paralelo al ecuador, según la distancia comprendida por el ángulo de inclinación *EAH*. Avance ahora el centro de la Tierra hacia el este, y al mismo tiempo *F*, límite de la declinación máxima, hacia el oeste, hasta que en

*B* ambos hayan recorrido cuadrantes de círculo. Mientras tanto, el ángulo *EAI* permanecerá siempre igual al *AEB*, por la igualdad de las revoluciones, y los diámetros siempre permanecerán paralelos uno a otro, *FAH* a *FBH*, *GAI* a *GBI* y el ecuador al ecuador. Por la causa ya dicha varias veces, estas mismas cosas aparecen en la inmensidad del cielo. En consecuencia, desde *B*, principio de Libra, *E* aparecerá bajo Aries, y la sección común de los círculos coincidirá con la línea *GBIE*, con respecto a la cual la revolución diurna no admite ninguna declinación, sino que toda declinación estará en los lados [de dicha línea]. Y así el Sol aparecerá en el equinoccio de primavera. Prosiga el centro de la Tierra, bajo las condiciones aceptadas y una vez recorrido un semicírculo, hasta *C*, entonces aparecerá el Sol al entrar en Cáncer. Pero *F*, declinación austral del círculo equinoccial, vuelta hacia el Sol, hará que aquel se vea al norte, recorriendo el trópico de verano, en relación con el ángulo de inclinación *ECF*. Girando de nuevo *F* hacia el tercer cuadrante del círculo, la sección común *GI* caerá de nuevo en la línea *ED*, por lo que el Sol, visto en Libra, parecerá haber completado el equinoccio de otoño. Pero después, en este mismo proceso, volviéndose *H* poco a poco hacia el Sol, regresará a la posición del principio, desde donde empezamos a avanzar.



*Otro procedimiento.* Sea, de nuevo, en el plano supuesto,  $AEC$  el diámetro y la sección común del círculo  $ABC$  perpendicular al mismo plano. En este, alrededor de  $A$  y  $C$ , esto es, en Cáncer y Capricornio, trácese el círculo de la Tierra que pasa por los polos  $DGFI$ , y sea  $DF$  el eje de la Tierra,  $D$  el polo norte,  $F$  el sur, y  $GI$  el diámetro del ecuador. En consecuencia, cuando  $F$  gira hacia el Sol, que está en  $E$ , y la inclinación del círculo equinoccial es boreal según el ángulo  $IAE$ , entonces el movimiento alrededor del eje describirá el paralelo austral al ecuador, según el diámetro  $KL$  y la distancia  $LI$ , que aparecerá con respecto al Sol como el trópico de Capricornio. O sea, para decirlo más correctamente, este movimiento alrededor del eje en dirección a  $AC$  forma una superficie cónica, que tiene el vértice en el centro de la Tierra y como base un círculo paralelo al ecuador;<sup>[5]</sup> en el opuesto punto  $C$  también sucede todo de igual forma, pero al revés. En consecuencia, es patente de qué modo estos dos movimientos que se oponen entre sí, me refiero al del centro y al de la inclinación, obligan al eje de la Tierra a permanecer en el mismo balanceo y en una posición similar, y les dan a todos una apariencia de movimientos solares.

Pero decíamos que las revoluciones anuales, la del centro y la de declinación, eran casi iguales, pues si esto ocurriera con exactitud sería necesario que los puntos equinociales y solsticiales y la oblicuidad total de la eclíptica con respecto a la esfera de las estrellas fijas no cambiaran nunca. Pero, siendo muy pequeña la diferencia, no se manifiesta, a no ser en un tiempo grande: desde Ptolomeo hasta nosotros hay casi XXI grados en los que aquellos [equinoccios y solsticios] se anticipan [precesión]. Por esta causa, algunos creyeron que también se movía la esfera de las estrellas fijas, por lo que les pareció que había una novena esfera superior; y no bastando esto, ahora los más modernos añaden una décima, sin haber alcanzado el fin que nosotros esperamos conseguir por medio del movimiento de la Tierra, que como principio e hipótesis usaremos en las demostraciones de los otros movimientos.

\* \* \*



# Galileo Galilei (1564-1642)

## VIDA Y OBRA

En 1633, noventa años después de la muerte de Copérnico, el astrónomo y matemático italiano Galileo Galilei fue llevado a Roma para ser juzgado por herejía ante la Inquisición. Los cargos procedían de la publicación de su libro *Diálogo sobre los dos principales sistemas del mundo: ptolemaico y copernicano*. En este libro, Galileo declaró enérgicamente, desafiando un edicto de 1616 contra la difusión de la doctrina copernicana, que el sistema heliocéntrico no era una simple hipótesis, sino que correspondía a la verdad. No hubo vacilaciones en el veredicto. Galileo admitió que quizá había ido demasiado lejos en sus argumentos en favor del sistema copernicano, a pesar de los avisos previos de las autoridades de la Iglesia católica romana. La mayoría de los cardenales del tribunal le hallaron «vehementemente sospechoso de herejía» por apoyar y enseñar la idea de que la Tierra está en movimiento y no es el centro del universo, y lo condenaron a prisión perpetua.

Galileo fue obligado a firmar una retractación manuscrita y a abjurar públicamente de sus creencias. De rodillas, y con las manos sobre la Biblia, pronunció su abjuración en latín:

*Yo, Galileo Galilei, hijo del fallecido Vincenzo Galilei de Florencia, de setenta años de edad, juzgado personalmente por este tribunal, y arrodillado ante Vosotros, Eminentísimos y Reverendísimos Señores Cardenales, Inquisidores Generales de la República Cristiana contra las depravaciones heréticas, teniendo ante mis ojos los Santísimos Evangelios y poniendo sobre ellos mi propia mano, juro que siempre he creído, creo ahora y que, con la ayuda de Dios, creeré en el futuro todo lo que la Santa Iglesia Católica y Apostólica mantiene, predica y enseña.*

*Pero como yo, tras haber sido amonestado por este Santo Oficio a abandonar completamente la falsa opinión de que el Sol es el centro inmóvil del universo, y que la Tierra no es el centro del universo y se mueve, y a no sostener, defender o enseñar de ninguna manera, ni oralmente ni por escrito, la mencionada falsa doctrina; y tras haberme sido notificado que dicha doctrina es opuesta a las Sagradas Escrituras, escribí y di a la imprenta un libro en que trato de dicha doctrina ya condenada, y presento argumentos de mucha eficacia en su favor, sin llegar a ninguna conclusión: he sido hallado vehementemente culpable de herejía, es decir, de haber mantenido y creído que el Sol es el centro inmóvil del universo, y que la Tierra no está en el centro del universo y se mueve.*

*Sin embargo, deseando eliminar de las mentes de vuestras Eminencias y de todos los fieles cristianos esta vehemente sospecha razonablemente concebida contra mí, abjuro con corazón sincero y piedad no fingida, condeno y detesto los dichos errores y herejías, y generalmente todos y cada uno de los errores y sectas contrarios a la Santa Iglesia Católica. Y juro que en el futuro nunca más defenderé con palabras o por escrito cosa alguna que pueda acarrear sospechas semejantes; y si conozco algún hereje, o sospechoso de herejía, lo denunciaré a este Santo Oficio, o al Inquisidor y Ordinario del lugar donde me encuentre.*

*También juro y prometo cumplir y observar enteramente cuantas penitencias me impusiere este Santo Oficio. Y si contravengo cualquiera de estas promesas, protestas y juramentos (¡no lo quiera Dios!) me someto a las penas y castigos que los Sagrados Cánones y los Decretos generales o particulares establecen y promulgan contra tales infractores. Auxílieme Dios y los Santos Evangelios, que toco con mis propias manos.*

*Yo, el antedicho Galileo Galilei, he abjurado, jurado y prometido, y me declaro a mí mismo comprometido como antes he declarado; y en testimonio de la verdad, con mi propia mano suscribo la presente cédula de abjuración, y la recito palabra por palabra. En Roma, en el Convento de la Minerva, este 22 de junio de 1633. Yo, Galileo Galilei, he abjurado como lo declaro con mi propia mano.*



Galileo durante su juicio.

Se dice que Galileo, al levantarse, susurró en voz baja *Eppur si muove* («sin embargo, se mueve»). Esta frase cautivó durante siglos a científicos y estudiosos, ya que representaba un desafío al oscurantismo y una noble determinación de buscar la verdad aun en las circunstancias más adversas. Aunque se ha descubierto un retrato al óleo de Galileo de 1640 con la inscripción *Eppur si muove*, la mayoría de los historiadores consideran que esta historia es un mito. Aun así, corresponde plenamente al carácter de Galileo haber cedido solo verbalmente a las exigencias de la Iglesia en su abjuración, y haber vuelto después a sus estudios cinéticos, correspondieran o no a principios copernicanos. Después de todo, lo que había llevado a Galileo ante la Inquisición fue su publicación de *Los dos máximos sistemas del mundo*, un desafío frontal al edicto eclesiástico de 1616 que prohibía enseñar la teoría copernicana de la Tierra en movimiento alrededor del Sol como más que una hipótesis. Puede que la frase *Eppur si muove* no concluyera su juicio y abjuración pero, en todo caso, marca la vida y los logros de Galileo.

Nacido en Pisa el 18 de febrero de 1564, Galileo Galilei era hijo de Vincenzo Galilei, músico y matemático. La familia se trasladó a Florencia cuando Galileo era joven, y allí empezó su formación en un monasterio. Aunque ya a temprana edad Galileo mostró una inclinación por las matemáticas y las investigaciones mecánicas, su padre impuso con firmeza que se dedicara a un campo más útil, de manera que en 1581 se matriculó en la Universidad de Pisa para estudiar medicina y la filosofía de Aristóteles. Fue

allí donde emergió su rebeldía: su interés por la medicina era escaso o nulo, y empezó a estudiar con pasión las matemáticas. Se cree que mientras estaba observando las oscilaciones de una lámpara colgante en la catedral de Pisa, Galileo descubrió la isocronía del péndulo —la independencia del período de oscilación con respecto a la amplitud de esta—, que aplicaría medio siglo más tarde en la construcción de un reloj astronómico.

Galileo convenció a su padre de que le permitiera dejar la universidad sin haber obtenido ningún grado, y regresó a Florencia para estudiar y enseñar matemáticas. En 1586, había empezado a cuestionar la ciencia y la filosofía de Aristóteles, prefiriendo reexaminar los trabajos del gran matemático Arquímedes, que también era conocido por haber descubierto y perfeccionado los métodos de integración para el cálculo de áreas y volúmenes. Arquímedes también obtuvo una gran reputación por su invención de numerosos artefactos utilizados como máquinas bélicas, como catapultas gigantes para lanzar piedras contra ejércitos en marcha y grandes grúas para volcar barcos. Galileo se inspiró sobre todo en el genio matemático de Arquímedes, pero también fue arrastrado por su espíritu de inventiva, y diseñó una balanza hidrostática para determinar la densidad de los objetos pesándolos en agua.



Florencia en la época de Galileo según Giorgio Vasari.

En 1589, Galileo fue nombrado profesor de matemáticas en la Universidad de Pisa, donde se le encargó que enseñara astronomía ptolemaica —la teoría según la cual el Sol y los planetas giran alrededor de la Tierra—. Fue en Pisa, a los veinticinco años, donde profundizó su comprensión de la

astronomía y empezó a romper con Aristóteles y Ptolomeo. Algunas notas de conferencias recuperadas de aquel período muestran que Galileo había adoptado el punto de vista de Arquímedes sobre el movimiento; en concreto, enseñaba que la velocidad de caída de los objetos era proporcional a su densidad, y no a su peso, como Aristóteles pretendía. Se dice que Galileo demostró esta teoría dejando caer objetos del mismo peso pero diferentes densidades desde lo alto de la torre inclinada de Pisa. En esta ciudad, también escribió *Sobre el movimiento (De motu)*, un libro que refutaba las teorías aristotélicas del movimiento y que convirtió a Galileo en un líder de la reforma científica.

Tras la muerte de su padre en 1592, Galileo no vio mucho futuro en Pisa. La paga era miserable y con la ayuda de un amigo de la familia, Guidobaldo del Monte, fue nombrado catedrático de matemáticas en la Universidad de Padua, en la república de Venecia, donde su reputación floreció. Permaneció en Padua durante dieciocho años, enseñando geometría y astronomía y dando clases particulares de cosmografía, óptica, aritmética y sobre el uso del transportador en ingeniería militar. En 1593, recopiló tratados sobre fortificaciones y mecánica para sus estudiantes particulares e inventó una bomba que podía subir agua con la potencia de un solo caballo.



La Universidad de Padua, en donde Galileo hizo muchos de sus descubrimientos.

En 1597, Galileo inventó una regla de calcular que resultó útil para los ingenieros mecánicos y los militares. También inició una correspondencia con Johannes Kepler, cuyo libro *Misterio del cosmos (Mysterium cosmographicum)* había leído y con cuyas opiniones copernicanas había simpatizado. Kepler esperaba que Galileo apoyara abiertamente la teoría de

una Tierra heliocéntrica, pero los intereses científicos de este todavía estaban enfocados en las teorías mecánicas, por lo cual no siguió los deseos de Kepler. En aquella época, Galileo se enamoró de Marina Gamba, una mujer veneciana con la que tuvo un hijo y dos hijas. La hija mayor, Virginia, nacida en 1600, permaneció siempre muy unida a su padre, sobre todo a través de un intercambio epistolar, ya que pasó la mayor parte de su vida adulta en un convento, donde tomó el nombre de Maria Celeste en homenaje al interés de su padre por las cuestiones celestes.

En los primeros años del siglo XVII, Galileo experimentó con el péndulo y exploró la relación de este con el fenómeno de la aceleración natural. También empezó a trabajar en un modelo matemático que describía el movimiento de la caída de los cuerpos, que estudió midiendo el tiempo que tardaban unas bolas en rodar diversas distancias a lo largo de planos inclinados. En 1604, una supernova observada en el cielo nocturno de Padua renovó sus dudas acerca del modelo aristotélico de un cielo inmutable. Galileo se lanzó a la primera línea del debate, con conferencias provocadoras, pero dudó si debía o no publicar sus teorías.

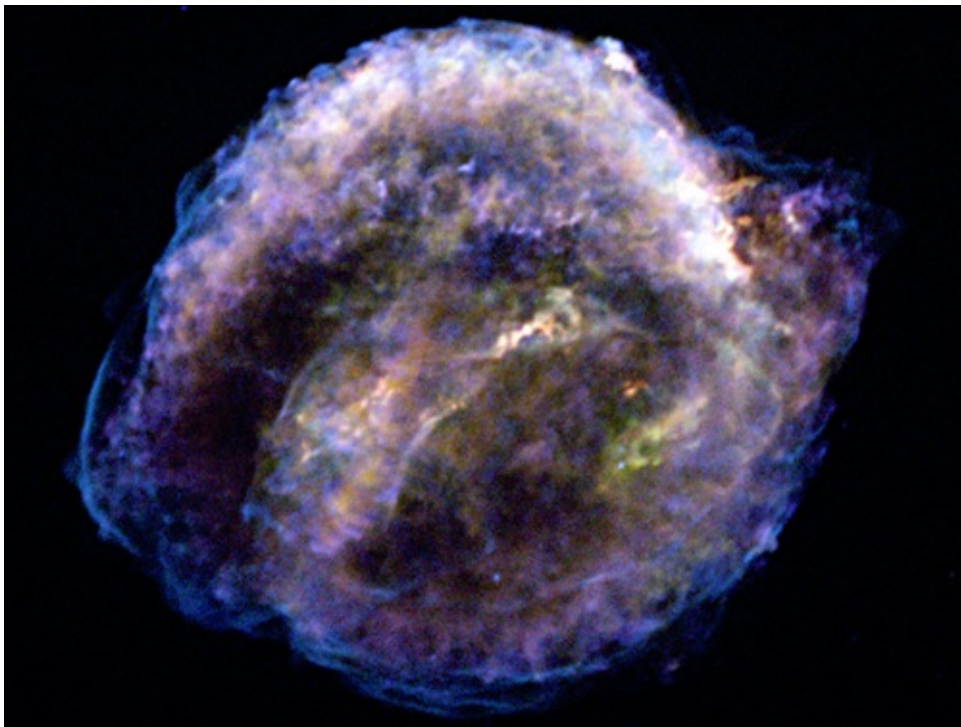


Imagen tomada desde el Observatorio Chandra de Rayos X de una supernova como la que fue observada sobre Padua en 1604.

En octubre de 1608, un holandés llamado Hans Lipperhey solicitó una patente para un catalejo que hacía que objetos lejanos parecieran próximos. Al oír hablar de este invento, Galileo intentó mejorarlo. Al cabo de poco

tiempo había diseñado un telescopio de potencia nueve, tres veces más potente que el aparato de Lipperhey, y en un año ya había conseguido un telescopio de potencia treinta. Cuando en enero de 1610 apuntó el telescopio hacia el cielo, el firmamento se abrió literalmente a la humanidad. La Luna ya no pareció un disco perfectamente liso, sino montañosa y llena de cráteres. Con su telescopio, Galileo vio que la Vía Láctea era en realidad un conjunto vastísimo de estrellas separadas. Pero, aún más importante, avistó cuatro lunas alrededor de Júpiter, un descubrimiento que tenía implicaciones tremendas para los partidarios del geocentrismo, que defendían que todos los cuerpos celestes giraban exclusivamente alrededor de la Tierra. Aquel mismo año publicó el *Nuncio sidéreo* (*Sidereus Nuncius*) en que explicaba sus descubrimientos, que le situaron al frente de la astronomía contemporánea. Se sintió incapaz de seguir enseñando teorías aristotélicas, y su fama le permitió conseguir una plaza en Florencia como matemático y filósofo en la corte del gran duque de Toscana.

Ya libre de las obligaciones de la enseñanza, Galileo pudo dedicarse por completo al telescopio. Pronto observó las fases de Venus, que confirmaban la teoría de Copérnico de que el planeta giraba alrededor del Sol. También observó la forma oblonga de Saturno, que atribuyó a numerosas lunas girando a su alrededor, ya que su telescopio no podía detectar los anillos de este planeta.

La Iglesia católica romana apreció y elogió los descubrimientos de Galileo, pero discrepó de la interpretación que les daba. En 1613, Galileo publicó las *Cartas sobre las manchas solares*, en que defendía por primera vez en letra impresa el sistema copernicano de un universo heliocéntrico. El trabajo fue inmediatamente atacado, su autor denunciado, y la Santa Inquisición tomó buena nota de ello. Cuando en 1616 Galileo publicó una teoría de las mareas, que creía que demostraba el movimiento de la Tierra, fue llamado a Roma a responder por sus ideas. Un consejo de teólogos promulgó un edicto según el cual Galileo hacía mala ciencia cuando enseñaba como un hecho el sistema copernicano, pero no fue condenado oficialmente. Un encuentro con el papa Pablo V le hizo creer que el pontífice le tenía en gran estima y que podía seguir enseñando bajo su protección. Sin embargo, fue seriamente advertido de que las teorías copernicanas eran contrarias a las Escrituras, y que solo podían ser presentadas como hipótesis.

Cuando a la muerte del papa Pablo V, en 1623, uno de los amigos y protectores de Galileo, el cardenal Barberini, fue elegido papa, tomando el nombre de Urbano VIII, Galileo supuso que el edicto de 1616 sería revocado.

Urbano dijo a Galileo que él mismo había hecho omitir del edicto la palabra «herejía» y que, mientras Galileo tratara la doctrina copernicana como una hipótesis y no como una verdad, sería libre para publicar. Con esta seguridad, Galileo trabajó durante los seis años siguientes en el *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo*, el libro que lo llevaría a la cárcel.

*Los dos máximos sistemas del mundo* presenta la forma de una polémica entre un partidario de Aristóteles y Ptolomeo y uno de Copérnico, que intentan ganar para sus respectivas filosofías a un hombre ilustrado corriente. Galileo prologó su libro con una declaración de respeto al edicto de 1616 y, al presentar las teorías a través de los personajes del libro, consiguió evitar declararse abiertamente partidario de ninguno de los bandos. Sin embargo, el público percibió claramente que en *Los dos máximos sistemas del mundo* Galileo denostaba el aristotelismo. En la polémica, la cosmología aristotélica es defendida débilmente por su ingenuo partidario y es atacada vigorosamente por el poderoso y persuasivo copernicano. El libro alcanzó un gran éxito, pese a ser objeto de protestas masivas en el momento de su publicación. Al escribir en italiano y no en latín, Galileo lo hizo accesible a un amplio público ilustrado, y no tan solo a eruditos y clérigos. Los rivales ptolemaicos de Galileo se enfurecieron por el trato despreciativo que habían recibido sus opiniones científicas. En Simplicio, el defensor del sistema ptolemaico, muchos lectores reconocieron una caricatura de Simplicius, un comentador de Aristóteles del siglo VI. El papa Urbano VIII llegó a sospechar que Simplicio era una caricatura de él mismo, y se sintió engañado por Galileo, que aparentemente había omitido informarle de cualquier contravención al edicto de 1616 cuando pidió permiso para escribir el libro. Galileo, por su parte, nunca recibió ninguna prohibición escrita, y pareció no ser consciente de haber transgredido el edicto.



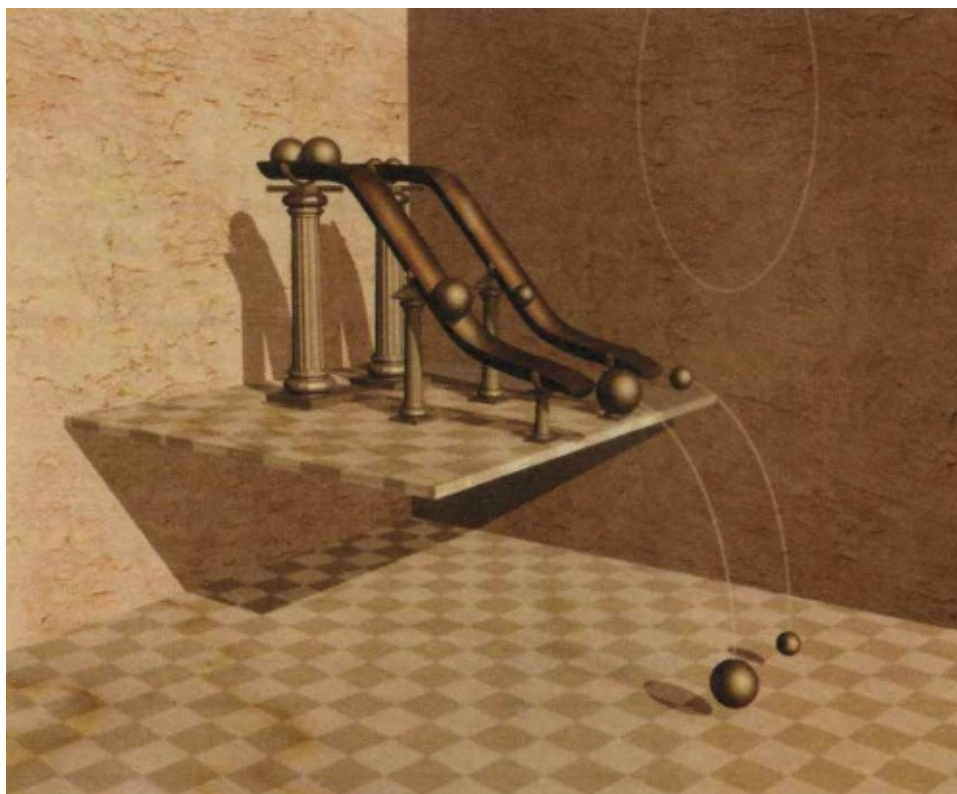
Portada del *Diálogo sobre los dos sistemas máximos del mundo*. Los tres interlocutores de Galileo son, de izquierda a derecha, Sagredo, Simplicio y Salviati.

En marzo de 1632, la Iglesia ordenó al impresor que dejara de publicar el libro, y Galileo fue convocado a Roma para defenderse. Alegando una seria enfermedad, Galileo rehusó viajar, pero el papa insistió, amenazándole con llevarlo encadenado. Once meses más tarde, Galileo llegó a Roma para el juicio. Fue obligado a abjurar de la herejía de la teoría copernicana y sentenciado a prisión perpetua. Esta última sentencia fue conmutada poco después por un suave arresto domiciliario en Siena, bajo la vigilancia del arzobispo Ascanio Piccolomini, antiguo alumno de Galileo. Piccolomini le permitió seguir escribiendo, e incluso le animó a ello. Allí, Galileo terminó su última obra, *Diálogo sobre dos nuevas ciencias*, una presentación de sus descubrimientos en física. Pero al año siguiente, cuando en Roma se conoció el trato de favor que Galileo recibía de Piccolomini, se le hizo trasladar a otra casa, en las colinas cercanas a Florencia. Algunos historiadores creen que fue

durante este desplazamiento cuando Galileo pronunció realmente *Eppur si muove*, y no al final de su abjuración pública.

El traslado acercó a Galileo a su hija Virginia, pero esta murió pronto, tras una breve enfermedad, en 1634. Esta pérdida destrozó a Galileo, pero al fin logró sobreponerse y reemprender el trabajo en *Dos nuevas ciencias*, y terminó el libro en un año. Sin embargo, la Congregación del Índice, la censura eclesiástica, no le autorizó a publicarlo. El manuscrito fue llevado de Italia a Leiden, en la Europa protestante, por Louis Elsevier, un editor holandés, para que pudiera aparecer en letra impresa, en 1638. *Diálogos sobre dos nuevas ciencias*, en que estableció las leyes del movimiento acelerado que rigen la caída de los cuerpos, es ampliamente considerado como una de las piedras angulares de la física moderna. En este libro, Galileo revisó y afinó sus estudios anteriores del movimiento, así como los principios de la mecánica. Las dos nuevas ciencias en que se concentra Galileo son el estudio de la resistencia de materiales (una rama de la ingeniería), y el estudio del movimiento (la cinemática, una rama de las matemáticas). En la primera mitad del libro, Galileo describió sus experimentos con planos inclinados sobre el movimiento acelerado. En la segunda mitad, se enfrentó al espinoso problema del cálculo de la trayectoria de un proyectil disparado por un cañón. Inicialmente, se creía que, según los principios aristotélicos, un proyectil seguía una línea recta hasta que perdía su «ímpetu» y caía directamente al suelo. Posteriormente, los observadores advirtieron que en realidad volvía a tierra en una trayectoria curva pero, hasta Galileo, nadie pudo decir por qué razón pasaba esto ni dar una descripción exacta de la curva. Galileo llegó a la conclusión de que la trayectoria del proyectil está determinada por dos movimientos: uno vertical, producido por la gravedad, que tira del proyectil hacia abajo, y uno horizontal, gobernado por el principio de inercia.

Galileo demostró que la combinación de estos dos movimientos independientes determina el recorrido del proyectil a lo largo de una curva descriptible matemáticamente. Lo demostró dejando rodar una bola de bronce untada de tinta por un plano inclinado y una mesa, desde el borde de la cual caía libremente al suelo. La bola dejaba una marca en el punto de su caída al suelo, siempre a cierta distancia del borde de la mesa. Así, Galileo demostró que la bola se seguía moviendo horizontalmente, a velocidad constante, mientras la gravedad tiraba de ella hacia abajo verticalmente. Halló que la distancia aumentaba de manera proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido y que la curva tenía una forma matemática precisa, que los antiguos griegos habían llamado parábola.



Galileo dejó caer bolas de diferente peso rodando por un plano inclinado. Sus medidas mostraron que el ritmo de aumento de la velocidad era el mismo para todos los cuerpos. También demostró que la trayectoria de la caída final al suelo era parabólica.

*Dos nuevas ciencias* representó una contribución tan grande a la física, que los estudiosos afirman que el libro se anticipó a las leyes del movimiento de Isaac Newton. Cuando fue publicado, sin embargo, Galileo había perdido la vista. Vivió los años restantes de su vida en Arcetri, donde murió el 8 de enero de 1642. Las contribuciones de Galileo a la humanidad nunca han sido subestimadas. Albert Einstein lo reconoció cuando escribió: «Las proposiciones obtenidas por métodos puramente lógicos son completamente vacías en lo que respecta a su relación con la realidad. Que Galileo lo advirtiera, y particularmente que lo anunciara al mundo científico, lo convierte en el padre de la física moderna, es decir, de la ciencia moderna».

En 1979, el papa Juan Pablo II reconoció que la Iglesia católica romana podría haberse equivocado al condenar a Galileo, y nombró una comisión específica para reabrir el caso. Cuatro años más tarde, la comisión concluyó que Galileo no debería haber sido condenado, y la Iglesia publicó todos los documentos relevantes de su juicio. En 1992, el papa asumió las conclusiones de la comisión.



Una representación del telescopio de Galileo, el libro en el que escribió las notas contenidas en este volumen, las lunas de Júpiter en un planetario mecánico y el planeta Júpiter en la distancia.

## DIÁLOGO SOBRE DOS NUEVAS CIENCIAS

### JORNADA PRIMERA

*Interlocutores: Salviati, Sagredo y Simplicio*

\* \* \*

**SALV.** En este sentido, somos capaces de [105] manipular las maderas y de ver cómo se transforma en fuego y en luz, pero no vemos, sin embargo, que el fuego y la luz se condensen hasta constituirse en madera. Vemos que los frutos, las flores y otros muchos objetos

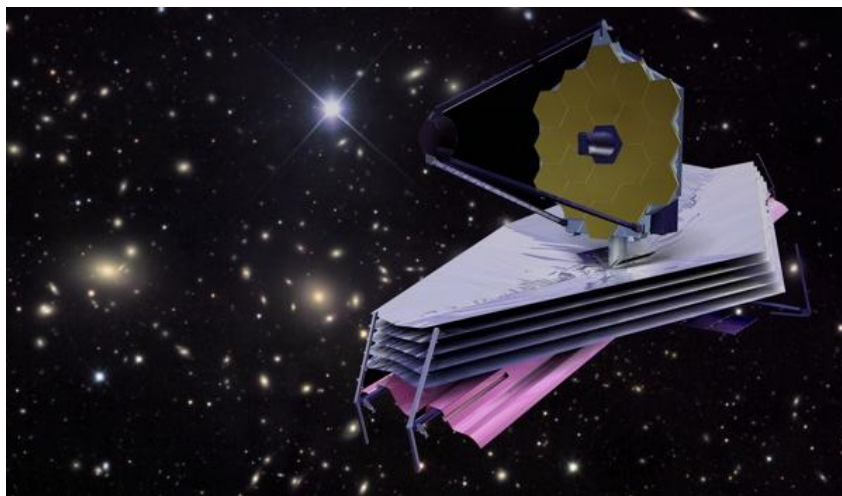
sólidos transforman en aroma gran parte de su sustancia, pero no vemos, por su parte, que los átomos olorosos se reúnan para formar los sólidos correspondientes. Allí, sin embargo, donde la experiencia se revela impotente, hemos de recurrir a la razón; ella bastará para hacernos comprender no solo el proceso de la rarefacción y resolución de los sólidos, sino también el de la condensación de sustancias muy tenues y rarificadas.

Trataremos también de estudiar cómo se realizan las condensaciones y rarefacciones de los cuerpos —de los que pueden condensarse y rarificarse— estudiando la manera según la cual pueden producirse tales fenómenos sin tener que introducir nociones tales como la del vacío y la de la penetrabilidad de los cuerpos; lo cual no excluye que, en la naturaleza, puedan existir cuerpos que no admitan tales accidentes, no dando lugar, consecuentemente, a lo que vos llamáis inconvenientes e imposibles. Y para acabar, señor Simplicio, me he tomado el trabajo, por condescender con los filósofos, de discurrir para entender de qué manera puedan darse los fenómenos de la condensación y de la rarefacción sin tener que recurrir al vacío y a la penetrabilidad de los cuerpos, efectos que vos negáis y aborrecéis, aunque, por mi parte, si vos los aceptáis, yo no me opondré con tanto empeño. Por eso os pido que o bien aceptéis los inconvenientes reseñados, o bien estéis de acuerdo con mis argumentaciones o bien encontréis otras más pertinentes.

**SAGR.** Por lo que se refiere a la negación de la penetrabilidad, yo estoy totalmente de acuerdo con los filósofos peripatéticos. En cuanto al vacío, me gustaría escuchar la demostración que da Aristóteles, así como su refutación; y también lo que vos, señor Salviati, le objetáis. El señor Simplicio me hará el favor de exponernos con todo detalle la prueba del Filósofo, y vos, señor Salviati, le responderéis.

**SIMP.** Aristóteles, al menos en lo que yo recuerdo, arremete contra ciertos filósofos antiguos, quienes recurrían al vacío por considerarlo necesario para el movimiento, diciendo que este no podría darse sin aquel. Aristóteles les replica demostrando que, muy al contrario, al tener lugar el movimiento (tal como veremos) es el vacío lo que hay que descartar. Su razonamiento discurre así: hace dos suposiciones, una de las cuales trata de los móviles con pesos diferentes, que se mueven en el mismo medio y la otra, de un mismo móvil moviéndose

en medios diferentes. [106] Por lo que a la primera se refiere, supone que los móviles de peso diferente se mueven en el mismo medio con velocidades distintas, las cuales mantienen entre sí la misma proporción que sus pesos respectivos. De modo que, por ejemplo, un móvil diez veces más pesado que otro, se mueve con una velocidad diez veces mayor. En el segundo caso, parte del principio de que las velocidades de un mismo móvil, en medios diferentes, son inversamente proporcionales al espesor o densidad de tales medios. De modo que si suponemos, por ejemplo, que la densidad del agua es diez veces superior a la del aire, la velocidad en el aire, siempre según Aristóteles, sería diez veces mayor que la velocidad en el agua. Y de esta segunda suposición deriva lo siguiente: dado que lo tenue del vacío supera infinitamente la corporeidad, por muy sutil que sea, de cualquier medio pleno, todo móvil que se mueva en este medio pleno durante cierto tiempo, recorriendo cierto espacio, debería moverse por el vacío en un solo instante. Ahora bien, el movimiento instantáneo es imposible, luego es imposible que se dé el vacío como fundamento del movimiento.



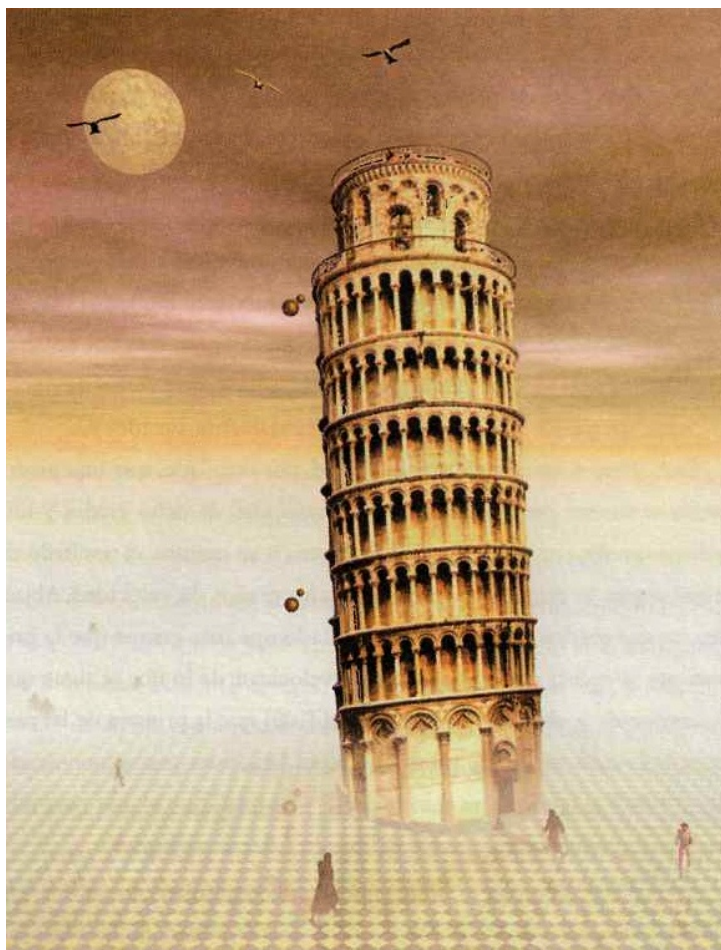
#### **EL TELESCOPIO ESPACIAL WEBB SUSTITUIRÁ EL HUBBLE EN 2011**

La obra completa de Galileo se halla enteramente justificada por el futuro que se está creando en la actualidad. El telescopio Hubble pesa más de una tonelada, pero el nuevo Webb estará formado por espejos hexagonales de seis metros de diagonal y será de 10 a 100 veces más potente que el Hubble.

**SALV.** Se ve que el argumento es *ad hominem*; es decir, contra los que hacían del vacío condición necesaria del movimiento, de modo que si yo

concediera que el argumento es concluyente, concediendo al mismo tiempo que el movimiento no tiene lugar en el vacío, la hipótesis del vacío, tomada absolutamente y no en relación al movimiento, no queda, sin más, eliminada. Pero para decir aquello que podrían haber respondido esos filósofos antiguos, y a fin de que se vea mejor hasta qué punto es concluyente la demostración de Aristóteles, creo que podrían atacarse los dos supuestos negándolos simplemente. En lo que atañe al primero, dudo seriamente que Aristóteles haya hecho la experiencia consistente en tomar dos piedras, una de las cuales es diez veces más pesada que la otra, para dejarlas caer al mismo tiempo desde una altura, pongamos de cien brazas, y ver si descienden con velocidades tan diferentes que en el momento en que una está tocando el suelo, nos encontremos con que la otra no ha recorrido ni siquiera diez brazas.

**SIMP.** De sus mismas palabras se deduce, sin embargo, que él lo ha experimentado, ya que dice: «Vemos el más pesado». Ahora bien, tal *vemos* alude a una experiencia llevada a cabo.



Se dice que Galileo dejó caer bolas de diferentes tamaños y pesos desde un lado de la Torre de Pisa para descubrir si todas caían a la misma velocidad.

**SAGR.** Yo, sin embargo, señor Simplicio, que no [107] he hecho la prueba, os aseguro que una bala de cañón que pese cien, doscientas o más libras, no aventajará ni siquiera en un palmo en su llegada al suelo, a una bala de mosquete de media libra, aunque la altura de la caída sea de doscientas brazas.

**SALV.** Sin recurrir a otras experiencias, podremos probar claramente, sin embargo, con una demostración breve y concluyente, que no es verdad que un móvil más pesado se mueva a más velocidad que un móvil más liviano, con tal de que ambos sean de la misma materia, como es el caso, sin duda, de aquellos de los que habla Aristóteles. Pero decidme antes, señor Simplicio, si admitís que a todo cuerpo pesado en caída libre le corresponda una velocidad determinada, de modo tal que no se pueda aumentar o disminuir a no ser que le hagamos violencia o le pongamos alguna resistencia.

**SIMP.** Está fuera de toda duda que el mismo móvil en el mismo medio tiene una velocidad reglamentada y determinada por la naturaleza, la cual no podrá aumentarse a no ser por un impulso [*impeto*] nuevo ni disminuirle si no es recurriendo a algo que la obstaculice y la retarde.

**SALV.** Entonces, si nosotros tuviéramos dos móviles, cuyas velocidades naturales fuesen distintas, es evidente que sí uniésemos ambos, el más rápido perdería velocidad por obra del más lento, mientras que este aceleraría debido al más rápido. ¿Estáis de acuerdo con lo que acabo de decir?

**SIMP.** Me parece que las cosas deben, ciertamente, suceder así.

**SALV.** Pero si esto es así, y si es verdad, por otro lado, que una piedra grande se mueve, por ejemplo, con una velocidad de ocho grados y una piedra pequeña, con una velocidad de cuatro, si las unimos, el resultado de ambas, según lo dicho, será inferior a ocho grados de velocidad. Ahora bien, las dos piedras juntas dan por resultado una más grande que la primera que se movía con ocho grados de velocidad; de lo que se sigue que tal compuesto se moverá a más velocidad [108] que la primera de las piedras sola, lo cual contradice vuestra hipótesis. Veis, pues, cómo suponiendo que el móvil más pesado se mueve a más velocidad que el que pesa menos, concluyo que el más pesado se mueve a menos velocidad.

**SIMP.** Yo me encuentro completamente ofuscado, pues me parece que la piedra más pequeña unida a la mayor le da más peso, y no consigo explicarme cómo dándole más peso, no deba sumarle velocidad o, al menos, no disminuirla.

**SALV.** En este punto volvéis a cometer otro error, señor Simplicio, porque no es cierto que la piedra más pequeña aumente el peso de la mayor.

**SIMP.** ¡Esto está fuera de mi alcance!

**SALV.** Estará a vuestro alcance cuando os haga ver el equívoco en el que os encontráis metido. Notad, ante todo, que hay que distinguir los cuerpos graves en movimiento de los mismos en estado de reposo. Una piedra grande, colocada sobre una balanza, no solamente pesará más si se le añade otra piedra, sino que con adjuntarle solo una brizna de estopa, aumentará su peso las ocho o diez onzas del peso de la estopa. Pero si, por el contrario, dejáis caer libremente, desde cierta altura, la piedra y,

atada a ella, la estopa ¿creéis que el peso de la estopa, añadido al de la piedra, acelerará el movimiento de esta o más bien que lo que hará es disminuir su velocidad, sosteniéndola en parte? Sentimos sobre nuestras espaldas el peso de un objeto cuando intentamos oponernos al movimiento que se produciría si cayese, pero si somos nosotros mismos los que descendemos a la velocidad a la que caería de modo natural dicho cuerpo, ¿creéis que se nos echaría encima y sentiríamos su peso? ¿No veis que esto sería como querer herir de una lanzada a alguien que huyera delante de nosotros a la misma velocidad o más rápido que nosotros mismos? Sacad la conclusión, por tanto, de que en la caída libre y natural, la piedra más pequeña no presiona con su peso a la mayor y, consecuentemente, no le añade peso alguno, como sería el caso en estado de reposo.

**SIMP.** ¿Y si se posase la piedra mayor sobre la pequeña?

**SALV.** [109] Aumentaría el peso de la otra si su movimiento fuese más rápido. Pero hemos visto ya de modo concluyente que si la más pequeña fuese más lenta, reduciría un tanto la velocidad de la mayor, de forma que la suma de ambas daría por resultado una caída menos veloz, a pesar de ser más grande, cosa que va contra vuestra suposición. Concluyamos, por tanto, que los móviles, grandes o pequeños, se mueven a la misma velocidad si tienen el mismo peso específico [*gravità in spezie*].

**SIMP.** Vuestro razonamiento está, realmente, bien trabado. De cualquier forma, me resulta difícil creer que una gota de plomo pueda moverse a la misma velocidad que una bala de cañón.

**SALV.** Deberíais decir, más bien: y un grano de arena a la misma velocidad que una rueda de molino. No quisiera yo, señor Simplicio, que hicierais como otros muchos y que, dislocando nuestro razonamiento de su objetivo principal, os agarraseis a algo que yo he dicho y que se aparte de la verdad tanto como el espesor de un cabello, queriendo esconder bajo tal cabello el error, del tamaño de una sogá, cometido por otro. Aristóteles dice: «Una bola de hierro de cien libras, que cae de una altura de cien brazas, llega al suelo antes de que una bola de una libra haya descendido una sola braza». Yo, por mi parte, afirmo que las dos llegarán al mismo tiempo. Si hacéis la experiencia, podéis constatar que la más grande saca a la más pequeña una ventaja de dos

dedos solamente; es decir, que en el momento en que la más grande toca el suelo, la otra está a una distancia de dos dedos. Estando así las cosas, ¿querríais esconder las noventa y nueve brazas de Aristóteles debajo de aquellos dos dedos y, poniendo de relieve mi pequeño error, pasar por alto aquel otro descomunal?



Un astronauta dejó caer una bola y una pluma en el casi vacío de la Luna, y ambas cayeron a la misma velocidad.

Afirma Aristóteles que móviles de diferente gravedad se mueven, en el mismo medio (en cuanto que su movimiento depende de la gravedad), con velocidades proporcionales a sus pesos y lo ejemplifica por medio de móviles en los que considera, pura y simplemente, el efecto del peso, dejando de lado cualquier otra consideración, tanto en lo que atañe a las figuras como a los momentos [*momentí*] mínimos, cosas sobre las que el medio influye grandemente, alterando de esta manera el simple efecto de la gravedad. Por esa razón vemos que el oro, más pesado que cualquier otra materia, flota en el aire cuando se reduce a finísimas hojas. Lo mismo ocurre con las piedras molidas cuando se las convierte en un polvo muy sutil.

Pero si lo que pretendéis es dar a vuestra proposición [110] un valor universal, os es necesario demostrar que la proporción entre las velocidades se puede observar en todos los graves y que una piedra de veinte libras se mueve con una velocidad diez veces mayor que una piedra de dos libras. Ahora bien, yo os digo que esto es falso y que, cayendo de una altura de cincuenta o cien brazas, llegan al suelo al mismo tiempo.

**SIMP.** Tal vez si se tratara de alturas enormes de millares de brazas se seguiría aquello que en estaturas menores no se ve que ocurra.

**SALV.** Si Aristóteles lo hubiera entendido así, vos le echaríais encima un error más, que sería, a su vez, una mentira. Porque al no darse en tierra tales alturas verticales, es obvio que Aristóteles no podría haber realizado la experiencia, queriéndonos persuadir de haberla llevado a cabo, si dice que es posible observar tal efecto.

**SIMP.** En realidad, Aristóteles no se sirve de este principio, sino más bien del otro que, a mi criterio, no está expuesto a las mismas objeciones.

**SALV.** El otro principio no es menos falso que este, y no dejo de maravillarme que vos mismo no os deis cuenta de su falsedad. Debíais de daros cuenta de que, si fuese verdad que el mismo móvil, en medios de diferente sutilidad y rarefacción, en suma de diversa consistencia, como son, por ejemplo, el agua y el aire, se desplazase en el aire con una velocidad mayor que en el agua, según la proporción de la rarefacción del aire y de la del agua, se seguiría que cualquier móvil que descendiese a través del aire lo haría también a través del agua; lo cual es falso, ya que muchísimos cuerpos descienden en el aire mientras que en el agua no solo no descienden sino que emergen hacia la superficie.

**SIMP.** Yo no llego a captar la necesidad de vuestra consecuencia. Además, he de decir que Aristóteles se refiere a aquellos cuerpos que descienden tanto en un medio como en el otro, y no a los que descienden en el aire mientras que en el agua emergen.

**SALV.** Vos aportáis al filósofo una serie de defensas que él se guardaría muy bien de utilizar para no [111] agravar su primer error. Pero, decidme, si la consistencia del agua, o cualquier cosa que retrase el movimiento, guarda una proporción determinada con la consistencia del aire, que lo demora menos; y en caso de que se dé tal proporción, asignadle el valor que os plazca.

**SIMP.** Se da. Pongamos, ahora, que sea en una proporción de diez a uno y que, por tanto, la velocidad de un cuerpo que desciende en ambos elementos tendrá una velocidad diez veces menor en el agua que en el aire.

**SALV.** Tomemos ahora uno de esos cuerpos que caen en el aire, pero no en el agua, como será el caso de una bola de madera. Os pido que le asignéis la velocidad de caída en el aire que más os guste.

**SIMP.** Demos a tal velocidad un valor de veinte grados.

**SALV.** Perfectamente. Es evidente que tal velocidad puede tener, con respecto a cualquier otra más pequeña, la misma proporción que la consistencia del agua con respecto a la del aire, siendo esta una velocidad de solamente dos grados; de modo que, en buena lógica, conforme a la regla de Aristóteles, se debería concluir que la bola de madera que en el aire, medio cuya resistencia es diez veces menor que la del agua, desciende a una velocidad de veinte grados, en el agua debería descender a dos grados sin subir desde el fondo a la superficie que es lo que realmente ocurre. A no ser que quisierais decir que el ascenso a la superficie de la madera en el agua es lo mismo que descender a una velocidad de dos grados, cosa que yo no creo. Pero si la bola de madera no cae al fondo, supongo que me concederéis que podríamos encontrar otra bola de una sustancia distinta a la de la madera que descendiera en el agua a una velocidad de dos grados.

**SIMP.** Naturalmente que podría encontrarse, pero de una materia mucho más pesada que la madera.

**SALV.** Ahí es adonde quería llegar yo. Pero esta segunda bola, que en el agua desciende a una velocidad de dos grados, ¿a qué velocidad descenderá en el aire? Es necesario (si queréis respetar el axioma de Aristóteles) que respondáis que su velocidad será de veinte grados. Ahora bien, veinte grados de velocidad es la que habéis asignado vos mismo a la bola de madera, por lo que esta y la otra, mucho más pesada, se moverán en el aire a la misma velocidad. Pero, ¿cómo hará concordar el filósofo esta conclusión con aquella otra, también suya, de que los móviles de peso diferente se mueven en el mismo medio a distinta velocidad, siendo la diferencia proporcional a sus pesos? Además, sin recurrir a profundas consideraciones, [112] ¿cómo es que no habéis observado alguna vez ciertos accidentes muy corrientes y palpables y cómo es que no os habéis dado cuenta de que, dados dos cuerpos, uno de los cuales se mueve en el agua a una velocidad cien veces mayor que el otro, en el aire se mueve a una velocidad que no supera en una centésima a la del otro? Así, por ejemplo, un huevo de mármol, que

descenderá en el agua a una velocidad cien veces mayor que un huevo de gallina, si lo dejamos caer junto con este en el aire desde una altura de veinte brazas, no le sacará una distancia superior a cuatro dedos. Aquel cuerpo, en suma, que tardará tres horas para llegar hasta el fondo en diez brazas de agua, atravesará diez brazas de aire en el tiempo que dura una o dos pulsaciones, mientras que otro cuerpo (como sería, por ejemplo, una bola de plomo) las atravesará en un tiempo fácilmente menor del doble.

Pienso que llegados a este punto, señor Simplicio, comprenderéis que no hay lugar para más distinciones u objeciones. Lleguemos a la conclusión, por lo tanto, de que el argumento de Aristóteles contra el vacío no es válido. De concluir algo sería esto: la imposibilidad de espacios vacíos notablemente grandes, los cuales ni yo supongo ni creo que los antiguos supusieran que se daban en la naturaleza, aunque se podrían producir violentamente, como parece seguirse de diversas experiencias, que nos llevaría demasiado lejos en este momento enumerar.

**SAGR.** Aprovecharé la ocasión de que el señor Simplicio calla para decir yo, por mi parte, alguna cosa. Acabáis de demostrar con toda claridad cómo no es cierto que móviles de distinto peso se muevan en el mismo medio con velocidades proporcionales a sus pesos, sino, más bien, con la misma velocidad, con tal de que estos cuerpos sean de la misma sustancia o, al menos, del mismo peso específico y no (me parece a mí) de pesos específicos diferentes (porque no [113] pienso que vuestra intención fuese probarnos que una bala de corcho cae a la misma velocidad que una bala de plomo). Habéis demostrado también con toda evidencia que no es verdad que el mismo móvil, en medios de distinta resistencia, presente una rapidez o lentitud con la misma proporción que aquellas resistencias. Sería muy grato para mí escuchar cuáles son las proporciones observadas tanto en un caso como en el otro.

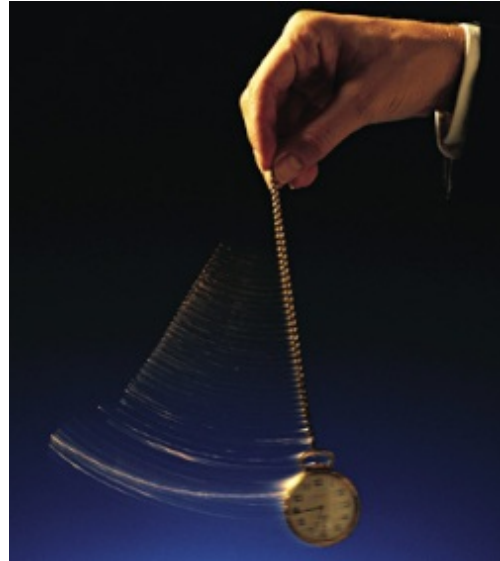
\* \* \*

**SALV.** Paso ahora a considerar los otros problemas, referentes a los péndulos, materia que a más de uno le parecerá muy árida, y de modo especial a aquellos filósofos que están siempre enfrascados en los secretos más profundos de la naturaleza. No quiero, sin embargo, despreciarlos,

animado por el ejemplo de Aristóteles mismo, de quien admiro, por encima de todo, el no haber dejado, se podría decir, sin tocar cualquier materia que merezca consideración.

Y ahora, estimulado por vuestras preguntas, pienso que podré exponeros algunas de mis ideas que atañen a la música; materia de la mayor nobleza, de la que tan grandes hombres han escrito, incluido el mismo Aristóteles, quien propone a este respecto no

pocos curiosos problemas. Si deduzco, una vez más, de experiencias fáciles y al alcance de los sentidos, las razones de las maravillas que ocurren en materia de sonidos, tengo el derecho de esperar que mis razonamientos os sean gratos.



Péndulo en movimiento.

**SAGR.** No solamente agradables sino que, por lo que a mí se refiere, ardientemente deseados, puesto que siendo un enamorado de todos los [139] instrumentos musicales y bastante versado en lo que a la armonía se refiere, he sido siempre incapaz de explicarme por qué me agradan estas o aquellas consonancias más que otras e incluso algunas no solo no me agradan, sino que me producen un profundo desagrado. Por otro lado, el problema tan manido de las dos cuerdas, templadas al unísono, de tal forma que si se toca una, vibra y suena la otra, permanece para mí sin solución, cosa que me ocurre también en lo que atañe a las razones armónicas y otras particularidades.

**SALV.** Vamos a ver si estos péndulos nuestros pueden sacarnos de todas estas dificultades. En lo que atañe a la primera dificultad, y que se pregunta si un mismo péndulo realiza todas sus oscilaciones con toda exactitud y rigor, sean ellas muy grandes, medianas o muy pequeñas, en tiempos completamente iguales, yo me atengo a lo que he oído ya de la boca de nuestro académico. Este demuestra, en efecto, que el móvil que descendiese según las cuerdas que se encuentran bajo cualquier arco, las recorrería todas, necesariamente, en tiempos iguales, tanto la cuerda subtendida por ciento ochenta grados (o sea, todo el diámetro)

como las subtendidas por cien, sesenta, diez, doce grados, medio grado o cuatro minutos, siempre que se entienda que todas tengan como término el punto más bajo que toca el plano horizontal.

Por lo que se refiere a los móviles que descienden por los arcos de estas mismas cuerdas, que están por encima de la horizontal, pero que no sean mayores que un cuarto de círculo (es decir, noventa grados) la experiencia muestra, del mismo modo, que todos los recorrerán en tiempos iguales, pero más breves, sin embargo, que los tiempos empleados para recorrer las cuerdas. Tal efecto tiene, a primera vista, algo de sorprendente, ya que parece que es precisamente lo contrario lo que tendría que ocurrir. Y es que al ser los mismos los dos términos, el del principio y el del final, del movimiento y siendo la línea recta el camino más corto que une a dichos términos, parece razonable pensar que el movimiento realizado por la línea recta debería serlo en el tiempo más corto. Por el contrario, no es este el tiempo más corto y, en consecuencia, el movimiento más rápido es el que corresponde al recorrido por el arco del que es cuerda la línea recta.

En cuanto a la relación entre los tiempos de las oscilaciones de los móviles que cuelgan de hilos de longitud diferente, dichos tiempos se encuentran en razón *subdupla* de las longitudes de los hilos; o dicho de otra manera, las longitudes están en proporción a la segunda potencia [*duplicata proportione*] de los tiempos; es decir, están en proporción a los cuadrados de los tiempos. Si queremos, por ejemplo, que el período de oscilación de un péndulo sea el doble del de otro, es necesario que el hilo del primero sea, en lo que a la longitud se refiere, cuatro veces mayor que el [140] segundo. Igualmente, para que, en el tiempo de una oscilación de un péndulo, otro haga tres, el hilo del primero ha de ser nueve veces más largo que el del segundo. De lo que se sigue que las longitudes de los hilos tienen entre sí la misma proporción que los cuadrados de los números de oscilaciones que tienen lugar en el mismo tiempo.

**SAGR.** Si he entendido bien, yo podría, entonces, conocer rápidamente la longitud de una cuerda que cuelga de una altura todo lo grande que se quiera, aunque la parte superior se encontrase fuera del alcance de mi vista y solo se viera la extremidad de la parte de abajo. Y es que si yo ato a la parte de abajo de la cuerda en cuestión un peso bastante considerable, haciéndolo oscilar a un lado y a otro, mientras un amigo

va contando sus oscilaciones, al mismo tiempo que yo me encargo de contar las oscilaciones de otro móvil colgado de una cuerda cuya longitud es de un brazo exacto, el número de las vibraciones de estos dos péndulos que tienen lugar en un mismo tiempo me permitirán obtener la longitud de la cuerda.

Supongamos, por ejemplo, que en el tiempo en que mi amigo ha contado veinte oscilaciones de la cuerda larga, haya contado yo doscientas cuarenta en la mía, que tiene una longitud de un brazo. Elevados al cuadrado los números veinte y doscientos cuarenta, que dan 400 y 57 600, respectivamente, puedo decir que la cuerda larga contiene 57 600 veces la longitud contenida 400 veces la mía. Dado que mi cuerda no tiene sino una sola braza, al dividir 57 600 por 400 obtengo 144, pudiendo decir que la cuerda tiene 144 brazas de longitud.

**SALV.** Y no os engañaréis ni siquiera en una pulgada, especialmente si contáis un gran número de vibraciones.

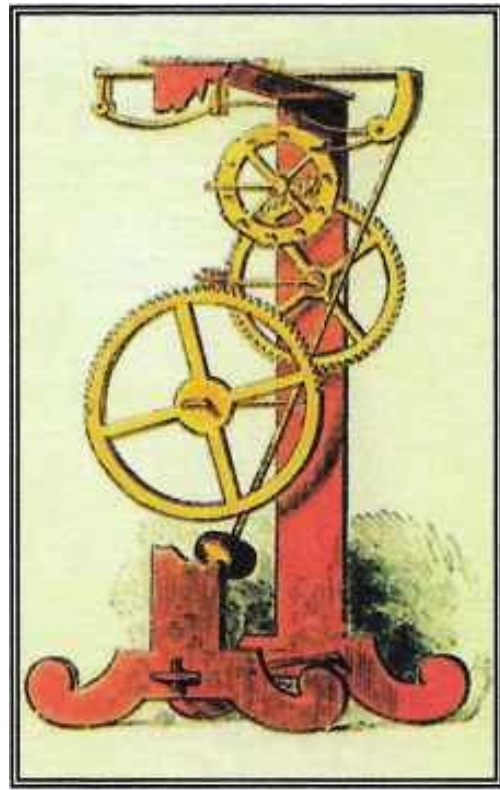
**SAGR.** V. S. me da frecuentemente ocasión de admirar la riqueza, al mismo tiempo que la gran liberalidad de la naturaleza, cuando de cosas tan familiares, me atrevería incluso a decir, de cosas tan viles, obtenéis conocimientos tan curiosos y originales y, en muchos casos, muy alejados de lo que uno puede imaginarse. Miles de veces he observado atentamente las vibraciones, de modo especial las de las lámparas que en ciertas iglesias cuelgan de cuerdas larguísimas y que, inadvertidamente, ha puesto alguno en movimiento. Lo más que he sacado de tal observación es que he visto lo improbable que es la opinión de aquellos que pretenden que movimientos de este tipo son mantenidos y prolongados por la acción del medio, o sea, del aire, porque me parece que el aire tendría mucho juicio y muy poco que hacer para [141] consumir horas y horas de tiempo empujando con tal regularidad aquí y allá un peso colgado. Pero en cuanto a deducir que este mismo móvil, colgado de una cuerda de cien brazas de longitud, separado del punto más bajo a veces noventa grados y otras uno o medio grado solo, debería emplear el mismo tiempo en recorrer tanto el arco pequeño como el más grande, es cosa que no se me habría ocurrido nunca; más aún, todavía ahora me parece algo imposible. Pero, una vez más, estoy esperando escucharos con el deseo de que vuestras experiencias, simples y minuciosas, me den razón tal de

aquellos problemas musicales que puedan, en parte al menos, tranquilizar mi mente.

**SALV.** Antes de cualquier otra cuestión, hay que hacer notar que cada péndulo tiene un tiempo de oscilación limitado y fijado de tal modo que sería algo imposible hacer que se moviera con otro período que no sea el que, por naturaleza, le corresponde. Que tome en su mano quien quiera la cuerda en donde está atado el peso y que intente todo lo que le plazca aumentar o disminuir la frecuencia de las oscilaciones: trabajo vano. Por el contrario, nos será suficiente con soplar sobre un péndulo, aunque tenga un peso enorme y esté en reposo, para imprimirle movimiento; movimiento que irá haciéndose bastante considerable si reiteramos nuestros soplidos, con tal de que

lo hagamos a intervalos que se correspondan con los tiempos propios de sus vibraciones. Y es que si de un primer soplo le hemos separado medio dedo de la vertical, al añadirle uno más en el momento en que, retornando hacia nosotros, comenzaría su segunda oscilación, le imprimiremos un nuevo movimiento; y así sucesivamente con otros soplidos, con tal de que se los demos en el momento oportuno y no cuando se nos viene encima el péndulo (de esta forma, en vez de secundar el movimiento, lo que haríamos sería impedirselo). Continuando la serie de impulsiones, le daremos al péndulo una cantidad de movimiento [*impeto*] tal que sería necesaria una fuerza muy superior a la de un soplo para pararlo.

**SAGR.** Yo he observado durante mi infancia que con estas impulsiones dadas a tiempo un hombre solo hacía sonar una campana muy grande, mientras que para pararla se agarraban a la cuerda cinco o seis



Grabado del reloj de péndulo de Galileo. Galileo utilizó su investigación sobre péndulos para conseguir un diseño práctico.

hombres y todos salían por el aire, sin poder todos ellos controlar las impulsiones que uno solo, de modo muy regular, le había imprimido.

**SALV.** Es este un ejemplo que aclara mi pensamiento [142] y que no menos que mis premisas viene como anillo al dedo para dar razón de este maravilloso problema de la cuerda de la cítara o del címbalo, la cual mueve y hace realmente sonar otra cuerda, no solo la templada al unísono, sino a la octava y a la quinta. Una vez tocada, la cuerda comienza y continúa sus vibraciones durante todo el tiempo en que nosotros percibimos su resonancia. Tales vibraciones imprimen en el aire circundante ondulaciones tremolantes, las cuales se extienden a través de grandes espacios, yendo a golpear todas las cuerdas del mismo instrumento, e incluso de otros que estén cercanos. La cuerda, que está afinada al unísono con aquella que ha sido tocada, comienza, al primer golpe, a moverse un poco, al estar dispuesta a vibrar con el mismo período. Y añadiéndole un segundo, tercero, veinte y muchos más, uniéndose todos en intervalos precisos, acaba recibiendo la misma vibración que la de la primera cuerda, pudiéndose constatar que sus vibraciones tienen la misma amplitud que las de la cuerda primera motriz.

La ondulación que se va propagando por el aire mueve y hace vibrar no solo a las cuerdas, sino también a cualquier otro cuerpo que esté dispuesto a tremolar y a vibrar con la misma frecuencia de la primera cuerda; de modo que si fijamos al borde del instrumento algunos trozos de cerda o cualquier otra materia flexible, veremos, al tocar el clavicordio, cómo tremola tal o cual cuerpo si es que tocamos la cuerda cuyas vibraciones tienen la misma frecuencia que la suya: los otros no se moverán cuando suene esta cuerda ni aquel tampoco sonará inducido por otra cuerda.

Si con el arco se toca fuertemente una cuerda grave de una viola en las proximidades de un vaso de vidrio limpio y fino, si el tono de la cuerda corresponde al del vaso, este vibrará y su sonido será perceptible. Que el movimiento ondulatorio se extiende en las proximidades del medio ambiente, alrededor del cuerpo que resuena, puede verse claramente si se hace resonar el vaso en el que se ha echado agua, frotando el borde con la yema del dedo, ya que entonces se percibe que las ondas se van formando en el agua con una perfecta regularidad. Lo mismo se verá, e incluso mejor, si se fija la parte baja del vaso al fondo de un recipiente

bastante ancho y en el que el agua alcance hasta el borde del vaso, porque haciéndolo resonar con el mismo procedimiento del dedo de antes, aparecerán las ondas muy ordenadas, expandiéndose a gran velocidad y a gran distancia alrededor [143] del vaso. Muchas veces me ha ocurrido que, al hacer sonar del modo indicado un vaso bastante grande y casi lleno de agua, he podido ver, primero, la formación en el agua de ondas muy regulares y, después, si sucedía que el tono del vaso saltaba a una octava más alta, también podía verse que en el mismo instante cada una de las ondas se dividía en dos: hecho que prueba con claridad meridiana que las relaciones numéricas que expresan los intervalos de la octava están en proporción de dos a uno.

**SAGR.** Lo mismo me ha ocurrido a mí también más de una vez, con gran placer y no sin provecho, ya que permanecí durante mucho tiempo perplejo acerca de la razón [*forme*] de las consonancias, al no parecerme que las explicaciones que dan comúnmente los autores que hasta el momento han escrito sobre la música fuesen lo suficientemente concluyentes. Dicen estos que el diapasón, es decir, la octava, tiene la proporción de dos a uno; la diapente, a la que nosotros llamamos quinta, de tres a dos, etc.; porque si, estando una cuerda tensa en el monocordio, se hace vibrar primero toda ella y después la mitad, poniéndole en medio una cejilla, se oye la octava; y si se coloca la cejilla en un tercio de la cuerda entera, tocándola primero entera y luego los dos tercios, se obtiene la quinta; de aquí concluyen que la octava depende de la proporción de dos a uno y la quinta de la proporción de tres a dos. Esto, repito, no me parecía suficiente para poder afirmar con toda exactitud que la proporción dos a uno y tres a dos sean las razones [*forme*] naturales de la octava y de la quinta. Los motivos de este rechazo os los doy ahora: tres son los métodos que poseemos para hacer más agudo el tono de una cuerda. El primero es acortarla; el segundo, estirla o, mejor dicho, afinarla más, y el tercero es hacerla más delgada. Conservando la misma tensión y el mismo grosor de la cuerda, si queremos obtener la octava, será necesario acortarla la mitad; es decir, tocarla primero toda y después solo la mitad. Pero si, sin modificar la longitud y el grosor, queremos hacerla subir a la octava, no es suficiente el doblar su tensión, sino que habrá que cuadruplicarla, de modo que si antes estaba tensa con el peso de una libra, ahora habrá que emplear un peso de cuatro libras para que tenga el tono agudo de la octava. Finalmente, si la longitud y la tensión

no se modifican, pero queremos obtener la octava con la ayuda de una cuerda más delgada, será necesario que el grosor de esta cuerda sea la cuarta parte de la otra cuerda más grave.



Diapasón en el agua, mostrando la fuerza de la vibración sonora.

Todo esto que he afirmado de la octava, esto es, que su razón, calculada fijándonos en la tensión o en el grosor de la cuerda, es el cuadrado de la que se obtiene de la longitud, puede aplicarse al resto de [144] los intervalos musicales. De este modo, aquello que nos da la longitud en la proporción de tres a dos, o dicho de otro modo, haciendo sonar la cuerda entera primero y después los dos tercios, lo obtendremos elevando al cuadrado la proporción de dos a tres, tomando la proporción de nueve a cuatro, supuesto que lo intentemos calcular a partir de la tensión o del grosor. Si la cuerda grave está tensa por el peso de cuatro libras, será necesario para hacer aguda la cuerda no seis, sino nueve; y en cuanto al grosor, habrá que aumentarlo en la proporción de nueve a cuatro para conseguir la quinta. Una vez establecidas estas experiencias con toda certeza, no veía que tuvieran ninguna razón los sagaces filósofos para establecer que la razón de la

octava sea la de dos a uno más bien que de cuatro a uno y la de la quinta, la de tres a dos en vez de la de nueve a cuatro.

Puesto que es completamente imposible numerar las vibraciones de una cuerda, a causa de la enorme frecuencia de aquellas, me hubiera seguido preguntando con la misma perplejidad si es verdad que la cuerda en la octava, y por tanto más aguda, hace, en el mismo tiempo, un número de vibraciones doble de las que hace la más grave. Pero las ondas, permaneciendo todo el tiempo que nosotros queramos, una vez que hemos hecho sonar y vibrar el vaso, me han demostrado con toda evidencia que desde el momento en que el tono del vaso sube una octava, vemos ante nuestros ojos cómo surgen otras ondas más pequeñas, las cuales, con una gran precisión, cortan en dos a cada una de las primeras.

**SALV.** Es esta una bellísima observación que nos permite distinguir, una a una, las ondas producidas por las vibraciones del cuerpo que resuena, y que después se propagan por el aire hasta alcanzar el tímpano de nuestro oído. La posibilidad, sin embargo, de verlas y observarlas en el agua no dura más que el tiempo que frotemos con el dedo; y aun así, durante este tiempo, no son permanentes, sino que aparecen y se disuelven en un cerrar de ojos, ¿no sería, entonces, una buena idea producir ondas que, con toda nitidez, permanecieran durante largo tiempo, o incluso meses y años, de modo que pudiésemos medirlas y contarlas fácil y cómodamente?

**SAGR.** Verdaderamente, una tal invención la consideraría yo gran cosa.

**SALV.** Tal invención fue obra del azar; mí único mérito es el de haber observado el caso, de haberlo tomado a mi cuenta, considerándolo como si hubiera venido como apoyo de una noble especulación, aunque fuese el resultado, en sí mismo, de una necesidad bastante plebeya.

[145] Al pulir con un cincel de hierro afilado una chapa de latón, con el objeto de quitarle algunas manchas, mientras movía el cincel con velocidad, sentí una o dos veces, entre el rechinar de aquel, un silbido que brotaba con mucha fuerza y claridad. Miré entonces la chapa y pude observar una larga y bien ordenada serie de ralladuras muy finas, paralelas entre sí y separadas, las unas de las otras, por intervalos rigurosamente iguales. Volví a repetir la misma operación más y más

veces y pude darme cuenta que los cortes solamente aparecían sobre la plancha cuando esta silbaba debido al roce del cincel. Pero cuando se hacía una pasada sin silbido no había ni la más mínima sombra de tales ralladuras. Repitiendo, después, una y otra vez el juego, y frotando unas veces con más velocidad y otras con menos, ocurría que el silbido tomaba un tono más agudo o más grave. Observé también que los surcos que quedaban en el metal eran más numerosos cuando el sonido era, a su vez, más agudo, mientras que los más espaciados respondían a los sonidos graves; y si alguna vez el mismo raspado se hacía a mayor velocidad hacia el final en vez de al principio, se percibía cómo se agudizaba también el sonido, así como que las estrías se iban acercando entre sí, aunque siempre en un perfecto orden y manteniendo una equidistancia absoluta. Además, cuando los raspados producían silbidos, sentía cómo temblaba en mi puño el cincel, al mismo tiempo que recorría mi mano una especie de vibración. En fin, el hierro se comportaba igual que nosotros cuando hablamos, primero en voz baja y después en voz alta; y es que cuando emitimos aire sin articular un sonido, no sentimos que se produzca en la garganta y la boca movimiento alguno, mientras que, por el contrario, sentimos una sacudida grande en la laringe lo mismo que en toda la garganta cuando decimos algo en voz alta, especialmente si lo hacemos en tono fuerte y grave.

También noté, en cierta ocasión, que dos de las cuerdas del clavicordio vibraban al unísono con otros dos silbidos, producidos raspando del modo antes indicado, de tonos de lo más distanciados; el intervalo que los separaba era de una quinta perfecta. Midiendo, después, los intervalos de las ralladuras resultantes de uno y otro de los raspados, se veía que cuarenta y cinco de los unos ocupaban el mismo espacio que treinta de los otros, siendo esta precisamente la razón que se atribuye a la diapente. Pero aquí, antes de continuar, he de advertiros que, de las tres maneras de hacer el tono más agudo, la que vos [146] achacáis a la finura de la cuerda hay que atribuirle, sin ningún género de dudas, al peso. En efecto, la alteración que provendría del grosor se da cuando las cuerdas son de la misma materia. De este modo, una cuerda hecha de tripa, para dar la octava ha de ser cuatro veces más gruesa que otra cuerda también de tripa; y una cuerda de latón, cuatro veces más gruesa que otra de latón también; pero si lo que yo quiero es obtener la octava de una cuerda de tripa con una cuerda de latón, no habré de

hacerla cuatro veces más gruesa, sino, más bien, cuatro veces más pesada que la otra; de modo que aquella de metal no será, en lo que al grosor respecta, cuatro veces más gruesa, sino cuatro veces más pesada, por lo que puede ser que tal cuerda sea a veces más delgada que la de tripa capaz de dar una octava más alta. De aquí que si a dos clavicordios se les ponen cuerdas, a uno de oro y al otro de latón, teniendo ambos la misma longitud, grosor y tensión, al ser el oro casi el doble de pesado, resultará que el clavicordio de oro será aproximadamente una quinta más grave que el otro. Notemos aquí cómo el peso del móvil opone más resistencia al movimiento que su grosor, contra lo que más de uno juzgaría a primera vista; porque podría suponerse que es más razonable pensar que la resistencia del medio a dejarse penetrar debe retrasar más la velocidad de un móvil voluminoso y ligero que uno pesado y delgado; en este caso, no obstante, sucede todo lo contrario.

Pero, volviendo a nuestro tema inicial, digo que las razones de los intervalos musicales no tienen como causa próxima e inmediata la longitud, tensión o grosor de las cuerdas, sino, más bien, la relación numérica de las vibraciones de las ondas del aire, que golpean el tímpano de nuestro oído, el cual, bajo el efecto de tal choque, vibra él también con las mismas frecuencias. Una vez dejado en claro este punto, tal vez podamos encontrar una razón suficientemente válida del hecho de que, de estos sonidos tan diferentes en tono, algunos pares son recibidos por nuestros sentidos con sumo agrado, otros con menor agrado, mientras que otros nos hieren con un considerable desagrado; todo lo cual no hace sino dar razón de las consonancias más o menos perfectas y de las disonancias. La molestia producida por estas últimas tendría su origen, creo yo, en las pulsaciones discordantes de dos tonos diferentes que golpean a destiempo nuestro tímpano; y serán especialmente crueles las disonancias si los tiempos de las vibraciones son [147] inconmensurables. Una disonancia de este tipo se produciría si, de dos cuerdas al unísono, se toca una con una parte de la otra y que sería a la cuerda entera como el lado del cuadrado a su diagonal: disonancia semejante al intervalo de cuarta aumentada o quinta disminuida. Consonantes y agradables al oído, por el contrario, serán aquellos pares de sonidos que golpeen el tímpano con cierto orden. Tal orden exige, en primer lugar, que las percusiones hechas en el mismo tiempo sean conmensurables en número, a fin de que la membrana del

tímpano no tenga que estar sometida al continuo suplicio de plegarse de dos formas distintas, de modo que pueda adaptarse a golpes siempre discordes. La primera, por tanto, y más agradable de las consonancias, será la octava, dado que a cada percusión que dé la nota grave sobre el tímpano corresponden dos percusiones de la aguda; o lo que es lo mismo, a la vibración de la cuerda aguda se unirá, una cada dos veces, la vibración de la cuerda grave y, de todas las percusiones, la mitad se ponen de acuerdo para golpear simultáneamente, mientras que las vibraciones de las dos cuerdas al unísono llegan todas siempre juntas, y al ser como una cuerda sola, no hacen consonancia alguna. La quinta también produce placer, puesto que a cada dos pulsaciones de la cuerda grave corresponden tres de la aguda, de lo que se sigue que, si se cuentan las vibraciones de la cuerda aguda, una de cada tres concuerda con una vibración de la cuerda grave; es decir, dos aisladas se interponen entre cada par de las concordantes; y en la cual se interponen tres. En la segunda, o sea, en el tono que está en la relación de nueve a ocho, una sola vibración sobre nueve de la cuerda aguda concuerda con otra de la cuerda grave; todas las restantes son discordantes, el tímpano sufre al recibirlas y el oído las juzga disonantes.

\* \* \*

## **FIN DE LA JORNADA PRIMERA**

\* \* \*

## **JORNADA TERCERA**

### **SOBRE EL MOVIMIENTO LOCAL**

[190] Expongamos, ahora, una ciencia nueva acerca de un tema muy antiguo. No hay, tal vez, en la naturaleza nada más viejo que el movimiento y no faltan libros voluminosos sobre tal asunto, escritos por los filósofos. A pesar de todo esto, muchas de sus propiedades, muy dignas de conocerse, no han sido observadas ni demostradas hasta el momento. Se suelen poner de

manifiesto algunas más inmediatas, como la que se refiere, por ejemplo, al movimiento natural [*naturalem motum*]<sup>[6]</sup> de los cuerpos que al descender se aceleran continuamente, pero no se ha demostrado hasta el momento la proporción según la cual tiene lugar tal aceleración. En efecto, que yo sepa nadie ha demostrado que un móvil que cae partiendo de una situación de reposo recorre, en tiempos iguales, espacios que mantienen entre sí la misma proporción que la que se da entre los números impares sucesivos comenzando por la unidad.

Se ha podido observar que los cuerpos lanzados, es decir, los proyectiles, describen una línea curva de cierto tipo; ahora bien, que tal línea es una parábola no lo ha demostrado nadie. Que esto es así lo demostraré juntamente con otras muchas cosas, también dignas de ser conocidas; y lo que es todavía más importante, se abren las puertas de una inmensa e importantísima ciencia, de la que estas investigaciones nuestras pondrán los fundamentos. Otras mentes, más agudas que la mía, penetrarán, después, hasta sus lugares más recónditos.

Dividiremos lo que vamos a tratar en tres partes. En la primera, consideraremos aquello que atañe al movimiento constante o uniforme. En la segunda parte trataremos del movimiento uniformemente acelerado. En la tercera, finalmente, del movimiento violento, es decir, de los proyectiles.

## **SOBRE EL MOVIMIENTO UNIFORME**

[191] Sobre el movimiento constante o uniforme necesitamos una sola definición, que formulo así:

### **DEFINICIÓN**

Por movimiento igual o uniforme entiendo aquel en el que los espacios recorridos por un móvil en tiempos iguales, cualesquiera que estos sean [*quibuscumque*], son iguales entre sí.

### **ADVERTENCIA**

Nos ha parecido oportuno añadir a la vieja definición (que habla simplemente del movimiento igual en cuanto que en tiempos iguales se recorren espacios iguales) la expresión *cualquiera*, es decir, para todos los tiempos que sean iguales. En efecto, puede suceder que un móvil recorra espacios iguales en determinados tiempos iguales, mientras que distancias

recorridas en fracciones de tiempo más pequeñas pueden no ser iguales, aunque lo sean dichos intervalos más pequeños. De la definición que acabamos de dar se siguen cuatro axiomas; a saber:

### **AXIOMA I**

En el caso de uno y el mismo movimiento uniforme, el espacio recorrido en un tiempo mayor es mayor que el espacio recorrido durante un intervalo de tiempo menor.

### **AXIOMA II**

En el caso de uno y el mismo movimiento uniforme, el tiempo durante el cual se recorre un espacio mayor es también mayor que el tiempo empleado para recorrer un espacio menor.

### **AXIOMA III**

El espacio recorrido en un tiempo dado a mayor velocidad es mayor que el espacio recorrido, en el mismo tiempo, a menor velocidad.

### **AXIOMA IV [192]**

La velocidad con la que se recorre en un tiempo dado un espacio mayor es mayor, a su vez, que aquella con la que se recorre, en el mismo tiempo, un espacio menor.

\* \* \*



El tanque exterior de una nave espacial cayendo hacia la Tierra ilustra el principio del movimiento naturalmente acelerado.

## **SOBRE EL MOVIMIENTO NATURALMENTE ACELERADO**

Ante todo, es necesario investigar y explicar la definición que corresponde con exactitud al movimiento acelerado que nos brinda la naturaleza. En efecto, aunque sea lícito imaginar arbitrariamente ciertas formas de movimiento e investigar las propiedades que de ellas se derivan (así, aquellos que se imaginaron líneas espirales o cóncavas originadas por determinados movimientos han conseguido demostrar, de hecho, cosa que es digna de admirarse, sus propiedades, argumentando *ex suppositione*, a pesar de que la naturaleza no haga uso de tales movimientos), no obstante, y desde el momento que la naturaleza se sirve de una determinada forma de aceleración, en los cuerpos pesados en caída libre, hemos decidido estudiar sus

propiedades, haciendo que la definición que hemos de dar acerca del movimiento acelerado en cuestión corresponda a la esencia del movimiento naturalmente acelerado. Esta correspondencia creemos haberla logrado al fin, después de largas reflexiones, especialmente si tenemos en cuenta que las propiedades que hemos ido demostrando sucesivamente [*a partir de nuestra definición*] parece que corresponden y coinciden exactamente con lo que los experimentos naturales nos ponen delante de nuestros sentidos. En suma, al estudio del movimiento naturalmente acelerado nos ha llevado, como agarrados de la mano, la observación de las costumbres y reglas que sigue la misma naturaleza en todas sus obras restantes, para cuya ejecución suele hacer uso de los medios más inmediatos, más simples y más fáciles. No puedo por menos de estar seguro de que no hay nadie que crea que se pueda nadar o volar de una manera más simple y más fácil que la que usan, por instinto natural, los peces y los pájaros.

Cuando observo, por tanto, una piedra que cae desde cierta altura, partiendo de una situación de reposo, que va adquiriendo poco a poco, cada vez más velocidad, ¿por qué no he de creer que tales aumentos de velocidad no tengan lugar según la más simple y evidente proporción? Ahora bien, si observamos con cierta atención el problema, no encontraremos ningún aumento o adición más simple que aquel que va aumentando siempre de la misma manera. Esto lo entenderemos fácilmente si consideramos la relación tan estrecha que se da entre tiempo y movimiento: del mismo modo que la igualdad y uniformidad del movimiento se define y se concibe sobre la base de la igualdad de los tiempos y de los espacios (en efecto, llamamos movimiento uniforme al movimiento que en tiempos iguales recorre espacios iguales), así también, mediante una subdivisión uniforme del tiempo, [198] podemos imaginarnos que los aumentos de velocidad tengan lugar con [la misma] simplicidad. [Podremos hacer esto] en cuanto determinemos teóricamente que un movimiento es uniformemente y, del mismo modo, continuamente acelerado, cuando, en tiempos iguales, se los tome de la forma que se quiera, adquiera incrementos iguales de velocidad. De este modo, si consideramos un número cualquiera de fracciones de tiempo iguales, a partir del primer instante en el que el cuerpo en movimiento abandona la posición de reposo y comienza a descender, el grado de velocidad adquirido en la primera y segunda fracción de tiempo, tomadas conjuntamente, es doble del grado de velocidad adquirido por el móvil en la primera fracción; mientras que el grado que se obtiene en tres fracciones de tiempo es el triple, y el adquirido en cuatro, cuádruple del grado alcanzado en el primer tiempo, de

modo que (para que quede más claro) si el móvil continuara su movimiento según el grado de intensidad [*momento*] de velocidad adquirido en la primera fracción de tiempo y prosiguiera uniformemente con tal grado, este movimiento sería dos veces más lento que el que obtendría [el móvil] con el grado de velocidad adquirido en dos fracciones de tiempo. Por eso, creo que no nos apartamos en absoluto de la recta razón si admitimos que la intensidad de la velocidad crece según el incremento del tiempo [*la velocidad es proporcional al tiempo*].

Podemos, en consecuencia, admitir la siguiente definición del movimiento del cual hemos de tratar: llamo movimiento igualmente, o lo que es lo mismo, uniformemente acelerado a aquel que, partiendo del reposo, adquiere en tiempos iguales, iguales incrementos de velocidad.

**SAGR.** Aunque no sería razonable que me opusiera a esta o a aquella definición dada por el autor que sea, puedo, sin embargo, sin ofender por ello, dudar que tal definición concebida y establecida en abstracto se adapte, coincida y se verifique en esa especie de movimiento acelerado que se da en los cuerpos graves que caen naturalmente. Y puesto que parece que el autor nos promete que, tal como él lo ha definido, es el movimiento natural de los cuerpos graves, me gustaría quitar de en medio ciertas dificultades que oscurecen mi mente con el fin de entregarme, después, con mayor atención a las proposiciones y demostraciones correspondientes.



Galileo muestra su telescopio al Dux de Venecia. Galileo fue uno de los primeros en reconocer la importancia de la observación en el estudio de la astronomía.

**SALV.** Me parece oportuno que V. S. y el señor Simplicio vayan adelantando las objeciones; son las mismas, me imagino, que se me iban ocurriendo a mí cuando vi por primera vez este tratado, siendo resueltas o bien por el mismo autor, en discusiones con él, o bien por mí mismo, dando vueltas a los problemas.

**SAGR.** Cuando me imagino un grave que cae desde el reposo, o sea, de la privación de toda velocidad, [199] y comienza a moverse acelerándose [*velocitando*] según la proporción en que aumenta el tiempo desde el primer instante del movimiento; así, por ejemplo, en ocho pulsaciones adquiriría ocho grados de velocidad, de la cual había ganado cuatro en la cuarta pulsación; en la segunda, dos; en la primera, uno...; al ser el tiempo subdivisible al infinito, se sigue que, en cuanto que la velocidad antecedente va disminuyendo siempre por tal razón, no habrá grado de velocidad tan pequeño o, dicho de otra manera, grado de lentitud [*tardità*] tan grande en el que no se encuentre el mismo móvil después de que parta de la lentitud infinita, esto es, del reposo. De este modo, si aquel grado de velocidad que tenía después de cuatro pulsaciones era tal que, manteniéndolo uniforme, hubiera recorrido dos millas en una hora, mientras que con el grado de velocidad alcanzado en la segunda pulsación habría hecho una milla en una hora, podemos

concluir, entonces, que en los instantes de tiempo que se acercan cada vez más a aquel primero por el cual pasa del reposo al movimiento, estaría en una situación de lentitud tal que no conseguiría atravesar (si continuase moviéndose con una lentitud tan acusada) una milla en una hora, ni en un día, ni en un año, ni en mil; más aún, no avanzaría ni siquiera un palmo por mucho tiempo que dejemos discurrir. Parece que la imaginación se acomoda a este fenómeno con dificultad, mientras que los sentidos nos muestran que un grave, cuando cae, pasa inmediatamente a tener una velocidad notable.

**SALV.** Es esta una de aquellas dificultades que, al principio, me dieron mucho que pensar; no obstante, en poco tiempo conseguí deshacerme de ella. Fue, precisamente, la misma experiencia, que es la que os suscita la dificultad, la que se encargó de resolvérmela. Decís que os parece que la experiencia muestra que apenas un grave ha salido de su posición de reposo adquiere una velocidad muy apreciable. Pues bien, yo os aseguro que es esta misma experiencia la que os hace patente que los primeros movimientos [*impeti*] del cuerpo que cae, por muy pesado que sea, son enormemente lentos. Colocad un grave sobre una materia blanda y dejadlo allí sin que ejerza ninguna otra presión que no sea la de su propio peso. Es evidente que si lo elevamos uno o dos codos para dejarlo caer después encima de la misma materia, ejercerá una nueva presión debida al golpe, mayor que la producida al principio por medio del peso solo. El efecto tendrá como causa tanto el móvil en su caída como la velocidad adquirida en dicha caída. Este efecto será cada vez mayor a medida que el golpe tenga lugar desde una altura mayor, esto es, a medida que la velocidad con la que se efectúa el golpe sea mayor. De este modo, podemos deducir sin error la velocidad de un grave que cae a partir de la cantidad y calidad del golpe. Pero, además, señores, ¿no es cierto que la maza que se deja caer sobre una estaca desde [200] una altura de cuatro codos, fijándola en tierra cuatro dedos, por ejemplo, si cae de una altura de dos codos la introducirá bastante menos, menos aún si cae desde la altura de un codo y mucho menos desde la altura de un palmo. Y, finalmente, si la elevamos a la altura de un dedo, ¿qué diferencia habrá con dejarla simplemente encima, sin que se dé golpe alguno? Poquísima, sin duda alguna; y una operación absolutamente imperceptible sería si se elevara a una altura equivalente al grosor de una hoja. Y dado que el resultado del golpe depende de la velocidad del cuerpo que golpea, ¿quién podrá dudar

que el movimiento será lentísimo y casi mínima la velocidad allí donde su actuación es imperceptible? Veis, pues, cuánta es la fuerza de la verdad, ya que la misma experiencia, que en un principio parecía mostrarnos una cosa, una vez que la observamos más de cerca, nos asegura de lo contrario.

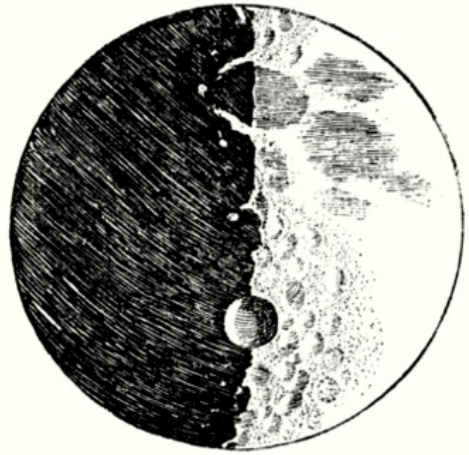
Pero sin que tengamos que conformarnos solo con tal experiencia (que, sin duda alguna, es del todo concluyente), me parece que no es difícil captar con la sola razón la verdad expuesta. Imaginémonos una pesada piedra, que esta en reposo en el aire; si se quita el soporte y se deja en libertad, al ser más pesada que el aire, comienza a descender, pero no con movimiento uniforme, sino que, siendo su movimiento lento al principio, se va después acelerando continuamente. Ahora bien, dado que la velocidad puede aumentar y disminuir sin límite, ¿qué es lo que me impediría creer que tal móvil, que parte de una lentitud infinita (pues tal es el reposo) alcance inmediatamente diez grados de velocidad, en vez de una velocidad de cuatro, de dos, de uno, de medio o de un centésimo? Escuchad, por favor. No pienso que no estuviéseris dispuestos a concederme que la adquisición de los grados de velocidad de la piedra que cae desde su estado de reposo pueda llevarse a cabo según el mismo orden que la disminución y pérdida de los mismos grados, si la piedra, impelida por alguna fuerza [*virtù*], fuese devuelta a la misma altura; si esto es posible, no veo por qué se pueda poner en duda que al disminuir la velocidad de la piedra ascendente, al ir consumiendo su velocidad, haya de pasar por todos los grados de lentitud, antes de llegar al estado de reposo.

**SIMP.** Pero si los grados de lentitud cada vez mayores son infinitos, entonces jamás llegarán a consumirse todos. De ahí que el grado ascendente en cuestión no llegará jamás al reposo, sino que se moverá infinitamente cada vez más despacio, cosa que no parece suceder.

**SALV.** Ocurriría esto, señor Simplicio, si el móvil permaneciera durante cierto tiempo en cada grado de velocidad; lo que ocurre simplemente es que pasa sin emplear más de un instante. Y puesto que en [201] cualquier intervalo de tiempo, por muy pequeño que sea, hay infinitos instantes, estos serán siempre suficientes para corresponder a los infinitos grados con los que puede ir disminuyendo la velocidad.

Que un grave ascendente como el que estamos considerando no permanezca durante intervalo de

tiempo alguno en un mismo grado de velocidad es algo que se puede poner de manifiesto de la siguiente manera: si, una vez asignado un intervalo de tiempo determinado, el móvil tuviese el mismo grado de velocidad, tanto en el primer instante de dicho tiempo como también en el último, desde este segundo grado podría elevarse igualmente hacia arriba un espacio semejante, de la misma manera que pasó del primer al segundo espacio; por la misma razón, pasaría del segundo al tercero para continuar, finalmente, su movimiento uniforme sin limitación alguna.



Un boceto de Galileo sobre las fases de la Luna. Galileo no solo observó sino que también registró cuidadosamente lo que veía.

**SAGR.** Me parece que de los razonamientos que acabáis de aducir se podría obtener una solución apropiada a la discutida cuestión filosófica en la que se plantea cuál sea la causa de la aceleración del movimiento natural de los graves. Puesto que, según creo, en el caso del grave que es impelido hacia arriba, la fuerza [*virtù*] imprimida por el cuerpo que lo proyecta va disminuyendo continuamente. Esta fuerza, mientras sea superior a la que actúa en sentido contrario, o sea, a la gravedad, lo impulsa hacia lo alto. Ahora bien, una vez que hayan alcanzado una y otra un estado de equilibrio, el móvil deja de ascender pasando al estado de reposo, en el cual el impulso [*impeto*] que se le había imprimido no queda aniquilado sin más ni más, sino que comienza a desaparecer lo que antes prevalecía sobre la gravedad del móvil y que era la causa de que lo hiciera subir. Al ir disminuyendo este impulso [*impeto*] sobreañadido y comenzar, consecuentemente, a tomar ventaja el peso [*gravità*], empieza la caída con lentitud a causa de la fuerza [*virtù*] que traía impresa el móvil y buena parte de la cual permanece todavía en este. Ahora bien, en cuanto que dicha fuerza va disminuyendo continuamente, siendo superada cada vez más por la gravedad, el resultado es la continua aceleración del movimiento.

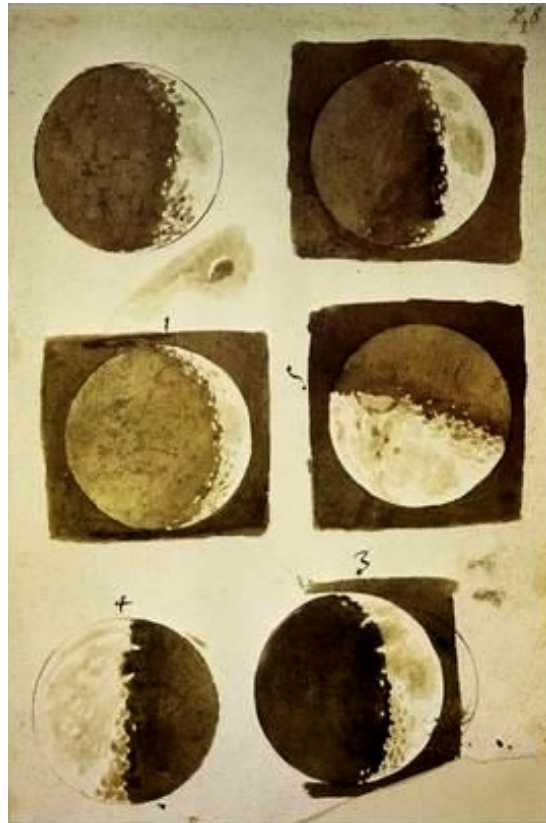
**SIMP.** La idea es aguda, pero tiene más de sutil que de cierta, ya que, incluso en el caso de que fuese concluyente, no serviría sino para explicar

aquellos movimientos naturales a los que les precede un movimiento violento, en los que queda aún activa parte de la fuerza [*virtù*] externamente aplicada. Allí, sin embargo, en donde no se da tal resto, sino que el móvil parte de un estado de reposo prolongado, el razonamiento pierde toda su fuerza.

**SAGR.** Me parece que os equivocáis y que esta distinción que hacéis, entre los dos casos, es superfin a o, para decirlo con mayor rigor, no existe. Pero decidme, ¿puede un proyectil recibir, del cuerpo que lo lanza, mucha o poca fuerza [*virtù*] de modo que se le pueda hacer subir cien codos, veinte, cuatro o uno?

**SIMP.** [202] Sin duda alguna.

**SAGR.** No es menos cierto, por tanto, que tal fuerza imprimida por el móvil podrá superar la resistencia del peso [*gravità*] tan exiguamente que solo lo eleve a la altura de un dedo. Finalmente, la fuerza del proyector puede ser tal que se equilibre con la resistencia del peso de forma que el móvil no salga lanzado, sino que quede simplemente sostenido. Así, si cogéis en vuestra mano una piedra, ¿qué hacéis si no es imprimirle una fuerza que la impele hacia arriba y que es equivalente al poder [*facoltà*] de su peso que la atrae hacia abajo? ¿No continuáis conservando esa fuerza impresa todo el tiempo que la sostenéis en vuestra mano? ¿Disminuye, acaso, dicha fuerza por mucho que la mantengáis en vuestra mano? Y este soportar que impide la caída de la piedra, ¿qué importa que se haga con vuestra mano, con una tabla o con una cuerda de la que cuelgue la piedra? Nada, en absoluto. Llegad, por tanto, señor Simplicio, a la conclusión de que el hecho de que preceda a la caída de la piedra un reposo grande o breve o instantáneo, no trae consigo una diferencia, con tal de que la piedra no parta nunca sometida a una fuerza contraria a su gravedad y que sea suficiente para mantenerla en reposo.



Pintura a la acuarela de Galileo de las fases de la Luna.

**SALV.** No me parece este el momento más oportuno para investigar la causa de la aceleración del movimiento natural y en torno a la cual algunos filósofos han proferido distintas opiniones. Algunos la han explicado por la proximidad al centro; otros, por la disminución de la parte del medio que queda por atravesar; otros, finalmente, por cierta impulsión del medio ambiente, el cual, al volver a cerrarse por detrás del móvil, lo va presionando y proyectando continuamente. Tales fantasías, aparte de otras muchas, habría que ir las examinando y resolviendo con bien poco provecho.

Por el momento es la intención de nuestro autor investigar y demostrar algunas propiedades del movimiento acelerado (sea cual sea la causa de tal aceleración), de tal modo que la intensidad [*momentí*] de su velocidad vaya aumentando, después de haber partido del reposo según aquella simplicísima proporción con la que aumenta la continuación del tiempo, que es lo mismo que decir que en tiempos iguales el móvil recibe iguales incrementos de velocidad. Y si nos encontramos con que las propiedades que serán demostradas más

adelante se dan en el movimiento de los graves que caen naturalmente acelerados, podremos concluir que la definición que hemos supuesto incluye tal movimiento de los graves y que es cierto que la velocidad [*accelerazione*] de dichos graves va [203] aumentando en proporción al incremento del tiempo y de la duración del movimiento.

**SAGR.** Por lo que veo de momento, me parece que tal vez se podría haber definido el movimiento uniformemente acelerado con mayor claridad y sin variar el concepto, de la siguiente manera: movimiento uniformemente acelerado es aquel en el cual la velocidad va aumentando en la misma proporción en la que aumenta el espacio que atraviesa; de modo que, por ejemplo, el grado de velocidad adquirido por el móvil en una caída de cuatro codos sería el doble que la que habría adquirido si hubiese caído desde la altura de dos codos y este, a su vez, el doble del que habría conseguido durante el espacio del primer codo. Y es que me parece fuera de toda duda que el grave que descende desde la altura de seis codos posee y golpea con un impulso [*impeto*] que es doble del que tendría si hubiese caído desde la altura de tres codos, triple del que tendría si viniese de dos y séxtuplo si se tratara de un espacio de un solo codo.

**SALV.** Es para mí un consuelo considerable tener un compañero tal en el error. Más aún, vuestro razonamiento parece tan verosímil y probable que nuestro autor mismo no me negó, cuando se lo propuse, que él también había incurrido durante cierto tiempo, en la misma falacia. Lo que más tarde me maravilló de modo especial fue el darme cuenta de que dos proposiciones que parecen tan verosímiles (hasta el punto que, habiéndoselas propuesto a mucha gente, no he encontrado a nadie que no las admitiera sin reticencia) se muestran, con unas pocas palabras, no solo como falsas, sino como imposibles.

**SIMP.** A decir verdad, yo me encontraría en el número de aquellos que lo concederían, ya que creo que un grave que cae *vires acquirat eundo* [adquiere fuerza mientras descende], aumentando su velocidad en proporción al espacio, así como que la intensidad (momento) del choque del mismo cuerpo al caer, es el doble si viene desde una altura que sea el doble. Estas proposiciones me parece que hay que admitirlas sin ninguna duda o controversia.

**SALV.** Son, sin embargo, tan falsas e imposibles como lo es el que el movimiento se realice instantáneamente. Veamos una clara demostración de esto. Si las velocidades son proporcionales a los espacios atravesados o por atravesar, tales espacios son recorridos en tiempos iguales; en consecuencia, si la velocidad con la que el cuerpo que cae recorre cuatro codos fue el doble de la velocidad con la que recorrió los dos primeros codos (precisamente en cuanto que una distancia es el doble de la otra), entonces los intervalos de tiempo de tales recorridos son iguales. Ahora bien, que un mismo móvil atraviese los cuatro y los dos codos en el mismo tiempo es algo que no puede [204] darse, a no ser en el movimiento instantáneo. Nosotros vemos, no obstante, que el grave que cae realiza su movimiento en el tiempo, recorriendo en menos los dos codos que los cuatro. Es, por tanto, falso que su velocidad aumente en proporción al espacio.

Se puede demostrar con la misma claridad la falsedad de la otra proposición. Puesto que el cuerpo que golpea es el mismo, la única manera de determinar la diferencia e intensidad [*momento*] de los golpes proviene de las diferencias de velocidad. Así, si el cuerpo que cae de una altura doble golpease con doble intensidad [*momento*] sería necesario que golpease con el doble de velocidad. Ahora bien, el doble de velocidad recorre el doble de espacio en el mismo tiempo, mientras que nosotros observamos que el tiempo de la caída desde la altura mayor dura más.

**SAGR.** Presentáis conclusiones recónditas con gran evidencia y facilidad. Esta excesiva facilidad las hace de menor estima de lo que lo serían si se presentaran de una manera más complicada. Pienso que el pueblo estimaría menos un saber alcanzado con tan poco trabajo que el alcanzado con largas y abstrusas discusiones.

**SALV.** Si a aquellos que demuestran con gran brevedad y claridad las falacias de las proposiciones que se han tenido por verdaderas por todo el mundo, se les tratara solamente con desprecio, en vez de con agradecimiento, sería esto, todavía, un daño bastante soportable. Más desagradable y molesto es contemplar a algunos que, pretendiendo estar a la altura de quien sea en un determinado campo de estudio, tienen como verdadero cosas cuya falsedad otros, con un razonamiento breve y fácil, ponen al descubierto. No llamaría envidia yo a este sentimiento que tienen ciertas personas, la cual suele convertirse en

odio e ira contra los descubridores de tales falacias. Pienso que se trata, más bien, de un ardiente deseo de mantener viejos errores en vez de recibir las verdades que se acaban de descubrir. Este deseo les induce, a veces, a escribir en contra de la verdad, aunque internamente la reconozcan como tal solo con el fin de que el pueblo poco instruido no estime la obra de otras personas. Acerca de tales falacias, reputadas como verdaderas, pero fáciles de refutar, he escuchado no poco de boca de nuestro académico, y de alguna de ellas incluso he tomado nota.

**SAGR.** V. I. no deberá privarnos de ellas, comunicándonoslas a su debido tiempo, haciendo incluso una sesión extraordinaria si fuese necesario. Por el [205] momento, recogiendo el hilo de nuestra conversación, me parece que, hasta el presente, lo que hemos hecho es establecer la definición del movimiento uniformemente acelerado, del que trataremos en lo que a continuación sigue. Tal definición es:

*Llamamos movimiento igualmente, esto es, uniformemente acelerado, a aquel que, partiendo del reposo, adquiere, en tiempos iguales, iguales incrementos de rapidez [celeritatis momenta].*

**SALV.** Una vez establecida tal definición, el autor supone y postula como verdadero un solo principio, que es el siguiente:

*Doy por supuesto que los grados de velocidad alcanzados por un mismo móvil, en planos diversamente inclinados, son iguales cuando las alturas de los mismos planos son también iguales.*

\* \* \*

### **FIN DE LA JORNADA TERCERA**

\* \* \*



El telescopio espacial Hubble. Esta es la versión del siglo XXI del telescopio de Galileo, que continúa el tipo de observación que contrasta los modelos teóricos creados desde entonces.



# *Johannes Kepler (1571-1630)*

## **VIDA Y OBRA**

Si alguna vez se otorgara un premio a la persona que a lo largo de la historia más se ha obstinado en la búsqueda de la precisión absoluta, este podría obtenerlo el astrónomo alemán Johannes Kepler. Kepler estaba tan obsesionado con las mediciones que incluso calculó, con precisión de minutos, la duración de su propia gestación: 224 días, 9 horas y 53 minutos —había nacido prematuramente—. No sorprende, pues, que en sus investigaciones astronómicas se esforzara en tan alto grado que llegó a dar las tablas astronómicas más exactas de su tiempo, conduciendo finalmente a la aceptación de la teoría centrada en el Sol (heliocéntrica) del sistema planetario.

Al igual que Copérnico, en cuyos trabajos se inspiró, Kepler era un hombre profundamente religioso. Consideraba sus incesantes estudios de las propiedades del universo como un cumplimiento de su deber como cristiano de comprender el mundo que Dios había creado. Pero, a diferencia de Copérnico, la vida de Kepler fue cualquier cosa menos tranquila y aburrida. Siempre escaso de dinero, recurría a menudo a la publicación de calendarios de astrología y de horóscopos que, irónicamente, le hicieron ganar cierta celebridad local cuando sus predicciones se vieron confirmadas. Kepler también sufrió la muerte temprana de varios de sus hijos, así como la humillación de tener que defender en los tribunales a su excéntrica madre, Katherine, que tenía reputación de ejercer la brujería y que estuvo a punto de ser quemada en la hoguera.

Kepler entabló unas tormentosas relaciones con Tycho Brahe, el gran observador astronómico. Brahe dedicó muchos años de su vida a catalogar y medir cuerpos celestes, pero carecía de las aptitudes matemáticas y analíticas necesarias para comprender el movimiento planetario. Hombre de fortuna considerable, Brahe contrató a Kepler para interpretar sus observaciones sobre la órbita de Marte, que tanto había confundido a los astrónomos durante

años. Con grandes dificultades, Kepler consiguió interpretar los datos de Brahe sobre el movimiento de Marte como una órbita elíptica, y este éxito otorgó credibilidad matemática al modelo heliocéntrico copernicano. Su descubrimiento de órbitas elípticas ayudó a abrir una nueva era en la astronomía, en la que los movimientos de los planetas podían ser predichos.

A pesar de sus éxitos, Kepler nunca ganó ni prestigio ni mucho dinero, y en varias ocasiones se vio obligado a escapar de los países en que vivía, a causa de las revoluciones religiosas y luchas civiles. Cuando murió, en 1630, a los cincuenta y nueve años, mientras intentaba cobrar un sueldo retrasado, Kepler había descubierto tres leyes del movimiento planetario que aún hoy se enseñan a los estudiantes en las clases de física. Y fue la tercera ley de Kepler, y no una manzana, lo que condujo a Isaac Newton al descubrimiento de la ley de la gravitación.

Johannes Kepler nació el 27 de diciembre de 1571 en la ciudad de Weil der Stadt, en Württemberg (en la actual Alemania). Su padre, Heinrich Kepler, fue, según Johannes, «un soldado inmoral, zafio y pendenciero» que abandonó a su familia en varias ocasiones para unirse a mercenarios que combatían contra el levantamiento protestante en Holanda, país en donde se cree que murió. El joven Johannes vivió con su madre, Katherine, en la taberna de su abuelo, donde fue puesto —pese a su precaria salud— a servir mesas desde edad muy temprana. Kepler era miope y padecía de doble visión, causada según se cree por un ataque casi mortal de viruela; también sufría problemas abdominales y tenía dedos deformes que, según su familia, limitaban al sacerdocio su potencial elección de carrera.



El astrónomo danés Tycho Brahe, quien empleó a Kepler.



La ciudad imperial de Weil der Stadt, Alemania, en donde nació Kepler.

«Muy discutidora» y «de mal temperamento» fueron las palabras que el astrónomo utilizó para describir a su madre, aunque se convenció desde muy joven de que era así por culpa de su padre. Katherine había sido criada por una tía que practicaba la brujería y que fue quemada en la hoguera, por lo que Kepler no se sorprendió cuando años más tarde su madre se enfrentó a cargos similares. En 1577, ella mostró a su hijo el «gran cometa» que apareció aquel año en el cielo, momento que, según reconocería Kepler más adelante, constituyó una de las experiencias compartidas de recuerdo más perdurable. A pesar de una niñez llena de dolor y ansiedad, Kepler estaba obviamente dotado, y se espabiló para conseguir una beca destinada a los chicos con recursos limitados que vivían en la provincia alemana de Suabia. Acudió a la escuela alemana de Leonberg antes de pasar a una escuela latina, donde adquirió la costumbre de escribir en latín que posteriormente utilizaría en sus trabajos. Frágil y precoz, Kepler era vapuleado a menudo por sus compañeros de clase, quienes le consideraban un sabelotodo, hasta que, para escapar de tales tratos, pasó a los estudios religiosos.

En 1587, Kepler se matriculó en la Universidad de Tubinga, donde estudió teología y filosofía. También se estableció como estudiante de matemáticas y astronomía, y se hizo ferviente partidario de la controvertida teoría heliocéntrica copernicana. Tan encendida era su defensa del modelo copernicano del universo, que no era raro que se enzarzara en discusiones públicas sobre este tema. A pesar de su interés central en teología, cada vez se sentía más atraído por el encanto místico de un universo heliocéntrico.

Aunque estaba a punto de graduarse en Tubinga en 1591 e ingresar en la facultad de teología de la universidad, una recomendación para un empleo de profesor de matemáticas y astronomía en la escuela protestante de Graz, en Austria, resultó irresistible. Así pues, a la edad de veintidós años, Kepler dejó la carrera sacerdotal para dedicarse al estudio de la ciencia, aunque nunca abandonaría su fe en el papel de Dios en la creación del universo.



La Universidad de Tubinga, en donde Kepler estudió para obtener el título de Maestro en Teología.

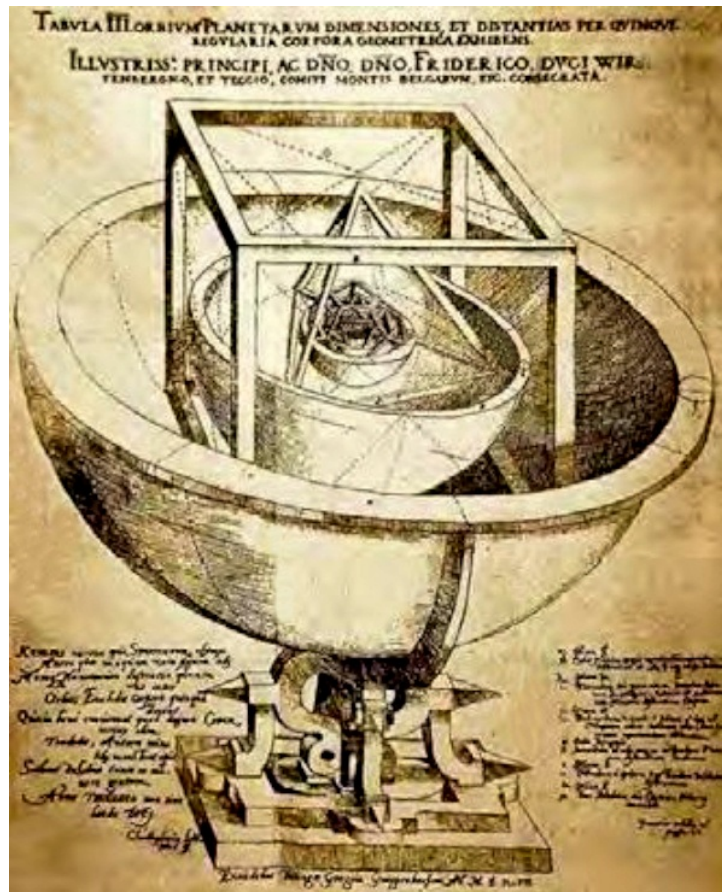
En el siglo XVI la frontera entre astronomía y astrología era muy ambigua. Una de las obligaciones de Kepler como matemático en Graz era componer un calendario astrológico completo con predicciones, práctica muy común en aquel tiempo. Kepler estaba claramente motivado por el dinero adicional que le proporcionaba aquel empleo, y no podía sospechar la reacción del público cuando apareció su primer calendario. Predijo un invierno extraordinariamente frío y una incursión de los turcos, y cuando ambas predicciones se cumplieron, Kepler fue triunfalmente aclamado como profeta. A pesar de este clamor, nunca sintió mucho respeto por su trabajo en los almanaques anuales. Llamó a la astrología «hija pequeña y alocada de la astronomía» y despreció tanto el interés del público como las intenciones de los astrólogos. «Si alguna vez los astrólogos aciertan», escribió, «se debe atribuir a la suerte». Aun así, Kepler nunca dejó de acudir a la astrología cuando el dinero escaseaba, circunstancia frecuente en su vida, ni abandonó la esperanza de descubrir algo de ciencia verdadera en ella.



La ciudad de Graz, en donde Kepler fue profesor en un seminario después de completar sus estudios.

Un día, mientras daba una lección de geometría en Graz, Kepler tuvo una súbita revelación que le lanzó a un viaje apasionado y que cambiaría el curso de su vida. Se trataba, creyó él, de la llave secreta para la comprensión del universo. En la pizarra de la clase dibujó un triángulo equilátero dentro de un círculo, y otro círculo dentro del triángulo. Se le ocurrió que la razón de los círculos indicaría la razón de las órbitas de Saturno y de Júpiter. Inspirado por esta revelación, supuso que los seis planetas conocidos en aquel tiempo estaban dispuestos alrededor del Sol de tal manera que ciertas figuras geométricas ajustaran perfectamente entre ellas. Inicialmente ensayó esta hipótesis sin éxito, utilizando figuras planas bidimensionales como el pentágono, el cuadrado y el triángulo. Entonces acudió a los sólidos pitagóricos, utilizados por los antiguos griegos, que descubrieron que tan solo cinco poliedros podían ser contruidos mediante figuras geométricas regulares. Para Kepler, aquello explicaba por qué solo podía haber seis planetas (Mercurio, Venus, la Tierra, Marte, Júpiter y Saturno) con cinco espacios entre ellos, y por qué sus separaciones no eran uniformes. Esta teoría geométrica sobre las órbitas y distancias planetarias impulsó a Kepler a redactar el *Misterio del cosmos* (*Mysterium Cosmographicum*), publicado en 1596. Tardó un año en escribirlo, y aunque el esquema resultaba razonablemente preciso, estaba muy seguro de que sus teorías se demostrarían finalmente correctas:

Nunca podré expresar con palabras cuán intenso fue mi placer al efectuar este descubrimiento. Ya no lamenté el tiempo que me había costado. Consumía días y noches en cálculos, para comprobar si esta idea concordaba con las órbitas copernicanas, o si mi alegría sería llevada por el viento. Al cabo de unos pocos días todo encajaba, y vi cómo un planeta tras otro se situaban con precisión en su lugar.



Boceto de Kepler sobre su modelo de los cinco sólidos platónicos.

Kepler pasó el resto de su vida intentando obtener la demostración matemática que justificara su teoría y sus observaciones científicas. *Misterio del cosmos* fue la primera obra decididamente copernicana publicada desde el tratado de Copérnico *De revolutionibus*. Como astrónomo y como teólogo, Kepler estaba determinado a comprender cómo y por qué Dios diseñó el universo. Defender un sistema heliocéntrico tenía serias implicaciones religiosas, pero Kepler mantuvo que la centralidad del Sol era clave para los designios de Dios, ya que mantenía los planetas ordenados y en movimiento.

En este sentido, Kepler rompió con el sistema heliostático de Copérnico de un Sol «próximo» al centro, al colocarlo directamente en el centro del sistema.

Actualmente, la idea de los poliedros de Kepler parece insostenible, pero aunque la premisa del *Misterio del cosmos* era errónea, sus conclusiones resultaban sorprendentemente precisas y decisivas, y fueron esenciales para influir en el curso de la ciencia moderna. Cuando el libro fue publicado, Kepler envió un ejemplar a Galileo, urgiéndole a «creer y dar un salto hacia delante», pero el astrónomo italiano rechazó el trabajo debido a su evidente carácter especulativo. Tycho Brahe, en cambio, se sintió inmediatamente intrigado. El trabajo de Kepler le pareció nuevo y excitante, y escribió una crítica detallada en apoyo del libro. Esta reacción al *Misterio del cosmos*, escribiría Kepler posteriormente, cambió el curso de toda su vida.

En 1597, otro suceso iba a imprimir un nuevo giro a su existencia: Kepler se enamoró de Barbara Muller, la hija mayor de un rico propietario de molinos. Se casaron el 27 de abril de aquel año, bajo una constelación desfavorable, como el astrónomo anotaría posteriormente en su diario. Y una vez más emergió su naturaleza profética, ya que la relación y el matrimonio se disolvieron. Los dos primeros hijos murieron a edad muy temprana, Kepler, enloquecido de dolor, se sumergió en su trabajo para distraerse. La esposa no comprendió sus investigaciones. Aunque el matrimonio duró catorce años, hasta la muerte de ella por tifus en 1611, aparece descrita como «gorda, simplona y confusa» en los discursos de Kepler.



La primera esposa de Kepler, Barbara. Se casaron en 1597.

En septiembre de 1598, el archiduque católico de Graz, que había recibido el encargo de eliminar de Austria el protestantismo, ordenó que Kepler y otros luteranos abandonaran la ciudad. Tras una visita al castillo Benatky de Tycho Brahe en Praga, Kepler fue invitado por el rico astrónomo danés a quedarse allí y trabajar en sus investigaciones. Kepler recelaba de Brahe, incluso antes de conocerle personalmente. «Mi opinión de Tycho es que es

superlativamente rico, pero que no sabe cómo utilizar adecuadamente sus riquezas, tal como ocurre con la mayoría de la gente rica», escribió. «Por lo tanto, debemos tratar de arrancarle sus riquezas».

Si a la relación con su mujer le faltaba complejidad, Kepler encontró toda la que quiso cuando fue contratado como investigador por el aristocrático Brahe. Al principio, este le trató como un subalterno, controlando minuciosamente sus tareas y sin darle demasiado acceso a los datos observacionales. Kepler anhelaba ser considerado como un igual y tener cierta independencia, pero el receloso Brahe quería utilizarle tan solo para establecer su propio modelo del sistema solar: un modelo no copernicano que Kepler no soportaba.



El joven Kepler.

Kepler se sentía inmensamente frustrado. Brahe había hecho acopio de una gran riqueza de datos experimentales, pero carecía de los instrumentos matemáticos para comprenderlos plenamente. Finalmente, quizá para pacificar a su inquieto ayudante, Brahe le encargó que estudiara la órbita de Marte, que durante algún tiempo había confundido al astrónomo danés porque parecía ser la menos circular. Al principio, Kepler pensó que podría resolver el problema en ocho días, pero este le ocupó más de ocho años. Por difícil que

resultara la investigación, no dejó de tener sus recompensas, ya que tal trabajo le llevó a descubrir que la órbita de Marte correspondía con precisión a una elipse, así como a formular sus dos primeras «leyes planetarias», que publicó en 1609 en *La nueva astronomía*.



Kepler y Brahe según un atlas alemán del siglo XVIII.

Un año y medio después de haber empezado su colaboración con Brahe, el astrónomo danés se indispuso durante una cena y murió pocos días después de una infección de la vejiga de la orina. Kepler ocupó la plaza de Matemático Imperial y quedó libre para explorar la teoría planetaria sin estar sometido a la vigilancia puntillosa de Tycho Brahe. Consciente de su oportunidad, Kepler se apropió inmediatamente de los anhelados datos de Brahe, antes de que pasaran al control de sus herederos. «Confieso que cuando Tycho murió», escribió más tarde, «me aproveché rápidamente de la ausencia, o falta de circunspección, de los herederos, y tomé bajo mi control las observaciones, quizá usurpándolas». El resultado fueron las *Tablas rudolfinas* de Kepler, una compilación de los datos de treinta años de las observaciones de Brahe. Para ser honestos, hemos de decir que en su lecho de muerte Brahe encargó a Kepler que completara las tablas; pero Kepler no lo

hizo según las hipótesis del modelo de Tycho, como este esperaba, sino que utilizó los datos, que incluían cálculos con logaritmos que él mismo había desarrollado, para predecir las posiciones planetarias. Logró predecir tránsitos del Sol por Mercurio y Venus, aunque no vivió lo suficiente para verlos. Sin embargo, Kepler no publicó las *Tablas rudolfinas* hasta 1627, porque los datos que iba descubriendo le lanzaban constantemente a direcciones muy diversas.

Tras la muerte de Brahe, Kepler observó una nova, que posteriormente fue conocida como «nova de Kepler», y también experimentó en teorías ópticas. Aunque modernamente los científicos y los eruditos consideran sus trabajos en óptica como menores en comparación con sus éxitos en astronomía y matemáticas, lo cierto es que la publicación en 1611 de su libro *Dioptrices* cambió el curso de la óptica.

En 1605, Kepler anunció su primera ley, la ley de las elipses, que establece que los planetas se mueven en elipses que tienen el Sol en uno de sus focos. La Tierra, dijo Kepler, está más cerca del Sol en enero y más lejos en julio durante su viaje por su órbita elíptica. Su segunda ley, la ley de la igualdad de las áreas, establece que los planetas corren menos cuando están más lejos. Kepler lo demostró arguyendo que una línea imaginaria entre un planeta cualquiera y el Sol debería barrer áreas iguales en tiempos iguales. Publicó ambas leyes en 1609 en su libro *Nueva astronomía (Astronomía nova)*.

A pesar de su cargo como Matemático Imperial y de ser un distinguido científico a quien Galileo pedía opinión acerca de sus nuevos descubrimientos con telescopio, Kepler no consiguió asegurarse una existencia confortable. Las revueltas religiosas en Praga pusieron en peligro su nueva patria de adopción, y en 1611 fallecieron su mujer y su hijo predilecto. Kepler fue autorizado, bajo exención, a regresar a Linz, donde en 1613 se casó con Susanna Reuttinger, una huérfana de veinticuatro años que le daría siete hijos, solo dos de los cuales llegaron a alcanzar la edad adulta. Fue en aquella época cuando la madre de Kepler fue acusada de brujería y él, pese a hallarse inmerso en una agitada situación personal, se vio obligado a defenderla de estos cargos para evitar que fuera llevada a la hoguera. Katherine fue encarcelada y torturada, pero su hijo consiguió obtener su exculpación y su puesta en libertad.

Debido a estas contrariedades, el regreso de Kepler a Linz no fue inicialmente un período productivo. Desesperado, apartó su atención de las tablas y empezó a trabajar en *Las armonías del mundo (Harmonice mundi)*,

un trabajo apasionado que Max Caspar, en su biografía de Kepler, describió como «una cosmovisión grandiosa, entretejida de ciencia, poesía, filosofía, teología y mística». Kepler terminó *Las armonías del mundo* el 27 de mayo de 1618. En esta serie de cinco libros, extendió su teoría de la armonía a la música, la astrología, la geometría y la astronomía. La serie incluyó su tercera ley de los movimientos planetarios, que unos sesenta años más tarde inspiraría a Isaac Newton, y que establece que los cubos de las distancias medias de los planetas al Sol son proporcionales a los cuadrados de sus períodos de revolución. En síntesis, Kepler descubrió cómo orbitan los planetas, y al conseguirlo, allanó el camino para que Newton descubriera el porqué.

Kepler creía que había descubierto la lógica de Dios en la creación del universo, y no logró ocultar su éxtasis. En el libro quinto de *Las armonías del mundo* escribió:

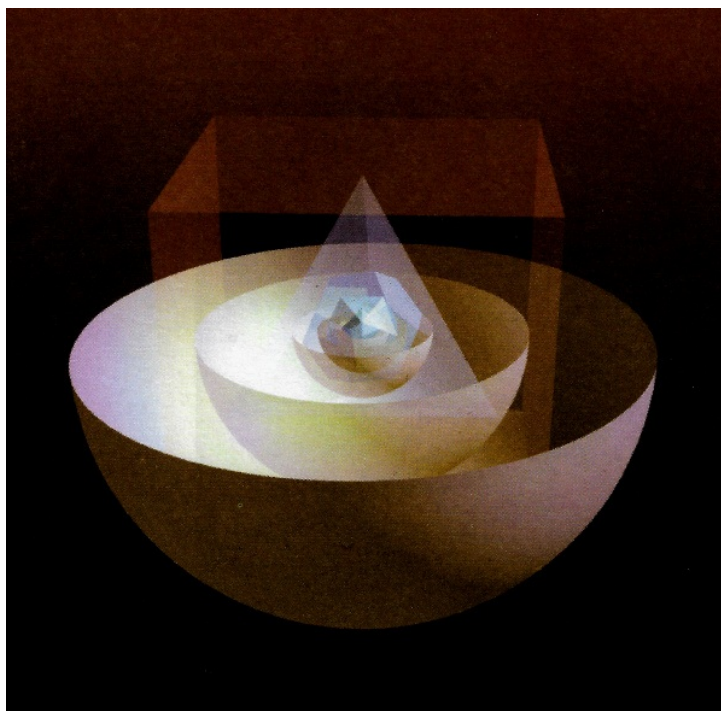
*Me atrevo a confesar con franqueza que he robado los vasos de oro de los egipcios para construir un tabernáculo para mi Dios muy lejos de los límites de Egipto. Si me perdonáis por ello, me alegraré; si me lo reprocháis, lo soportaré. La suerte está echada, y escribo el libro para ser leído ahora o en la posteridad, no importa cuándo. Puede esperar más de un siglo a su lector, tal como Dios mismo ha esperado seis mil años para encontrar mi testimonio.*

La guerra de los Treinta Años, que, iniciada en 1618, diezmó las tierras austríacas y alemanas, obligó a Kepler a abandonar Linz en 1626. Al final, se estableció en la ciudad de Sagan, en Silesia. Allí intentó terminar lo que podríamos describir como una novela de ciencia-ficción, en la que había jugueteado durante años, con ciertos prejuicios para su madre durante el juicio por brujería. *Sueño de la Luna* (*Somnium seu Astronomia Lunari*) es un diálogo imaginario con un «demonio» conocedor del universo que explica al protagonista cómo podría viajar a la Luna y que fue descubierto y presentado como prueba durante el juicio contra Katherine. Kepler tuvo que dedicar muchas energías a defender que el trabajo era pura ficción y que el demonio que en él aparecía era un mero artificio literario. El libro es único, no solo porque se avanzó a su tiempo en fantasía, sino también porque constituía una especie de tratado en apoyo de la teoría copernicana.



Este globo terráqueo de la biblioteca de Uraniborg fue comenzado en 1570 y finalizado diez años más tarde.

En 1630, a los cincuenta y ocho años, Kepler se halló de nuevo en apuros financieros. Partió hacia Ratisbona, donde esperaba cobrar los intereses de algunos bonos que poseía y algún dinero que le debían. Sin embargo, pocos días después de su llegada tuvo un acceso de fiebre y murió el 15 de noviembre. Aunque nunca alcanzó entre el público la fama de Galileo, Kepler produjo un *corpus* que resultó extraordinariamente útil para los astrónomos profesionales que, como Newton, se sumergieron en los detalles y en la precisión de su ciencia. Johannes Kepler fue un hombre enamorado del orden cósmico y la armonía estética, y todo lo que descubrió estuvo inextricablemente entrelazado con su visión de Dios. En su epitafio, que compuso él mismo, dice: «Medí los cielos; ahora mediré las sombras de la tierra. Mi alma era del cielo, pero la sombra de mi cuerpo reposa aquí».



Armonías en el universo. La estructura del universo se contempla aquí como una serie de unidades anidadas que comprenden los cinco sólidos platónicos. La esfera contiene el cubo, que contiene la esfera, que contiene el tetraedro, que contiene la esfera, que contiene el octaedro, que contiene la esfera, que contiene el dodecaedro, que contiene la esfera, que contiene el icosaedro.

## **LAS ARMONÍAS DEL MUNDO**

### **LIBRO QUINTO**

*De la perfectísima armonía de los movimientos celestes, y de la generación de las excentricidades y semidiámetros y de los tiempos periódicos de aquellos.*

*Según los preceptos de la más correcta doctrina astronómica de hoy en día, de la hipótesis de Copérnico pero también de la de Tycho Brahe: una y otra de las cuales acéptanse hoy, anticuada la ptolemaica, como veracísimas.*

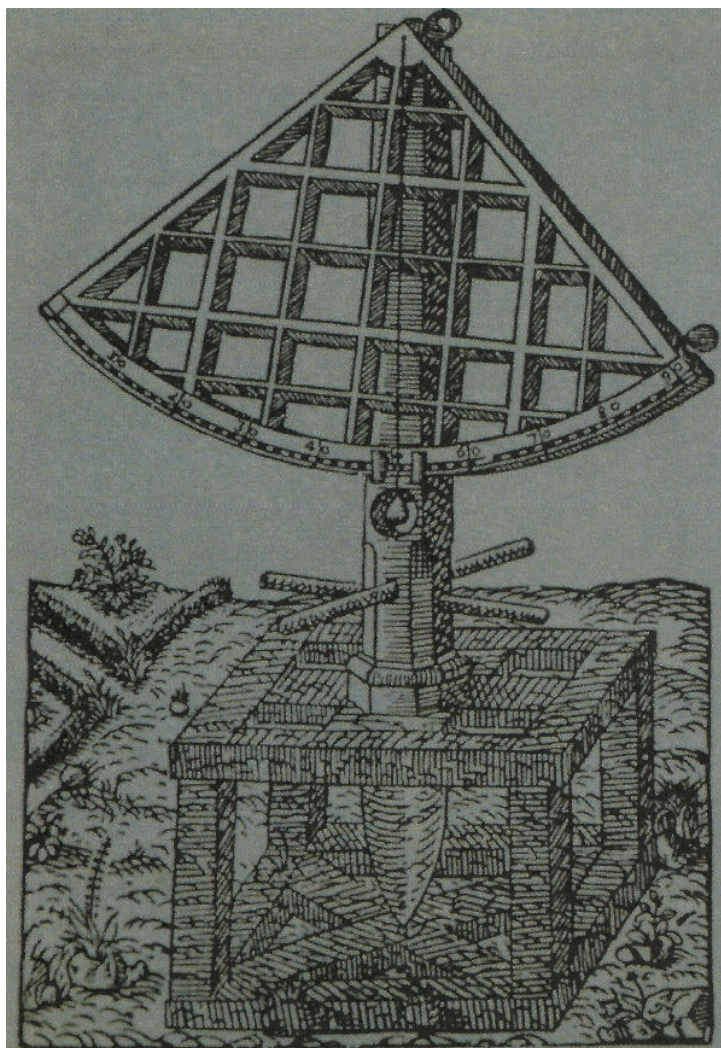
*Doy comienzo a un discurso sagrado, veracísimo himno al Dios fundador, y considero no consistir la devoción en que yo inmole un sinfín de hecatombes de bueyes, y queme incienso de innumerables perfumes y canela, mas en que antes me diga a mí mismo y más tarde lo enseñe a los otros, cuánto es Su saber, cuánto Su poder, cuál bondad la Suya. Querer colmar de honras a todas las cosas, en tanto en cuanto pueda honrárselas, y en nada envidiar una sola de esas bondades, eso en verdad pongo yo por modelo de la más consumada bondad; lo alabo por bueno hasta el punto de dar su saber, el más eminente, con todo aquello que más pueda serle de honra a algo, y al fin todo aquello que El dispusiera, ponerlo por obra con insuperable poder.*

*GALENO, De usu partium, libro tercero*

## PROEMIO

[268] Lo que augurara veintidós años atrás, y ante todo, hallarse las cinco figuras sólidas entre los orbes celestes, lo que firmemente persuadiera el ánimo mío antes que viera las *Armonías* de Ptolomeo, lo que prometiera a los amigos en el título de este libro quinto antes de estar cierto del asunto, aquello en lo que dieciséis años atrás insistiera en escrito público era menester indagar, por cuya causa he consumido la parte mejor de la vida en observaciones astronómicas, acudido a reunirme con Tycho Brahe, [269] y elegido Praga por residencia: aquello, en fin, habiéndome prorrogado Dios Máximo y Perfecto que inspirara mi mente y excitara mi ingente deseo y también la vida y las fuerzas del ingenio, y provisto de los demás medios a través de dos emperadores y la liberalidad de los próceres de esta provincia del Austria Supranisana, y habiendo cumplido suficientemente con mi responsabilidad en la Astronomía, aquello es, digo, lo que al fin he sacado a la luz y ha revelado ser veracísimo, por encima de cuanto hubiera podido esperar nunca: hallarse entre los movimientos celestes la entera naturaleza de la armonía, tanta cuanta es, juntamente con todas sus partes explicadas en el libro tercero; no al modo en que mi ánimo la concibiera, sin duda, lo que no es la parte peor de mi alegría, pero en otro diferentísimo, a la vez que sumamente perfecto y excelente. Acaeciome en ese entretanto en que me tuvo suspenso la laboriosa reconstrucción del movimiento algo que acrecentó mi

deseo tan señaladamente como incentivó mis propósitos: la lectura de las *Armonías* de Ptolomeo, que hízome llegar manuscritas Johann Georg Herward, canciller de la Baviera —ese varón eximio nacido para hacer adelantar la filosofía junto con toda suerte de erudición—, en las que vine a dar, con admiración suma y más allá de toda expectativa, con su libro tercero, casi por entero consagrado a idéntica contemplación de las armonías celestes, mil quinientos años antes. Verdad es que mucho faltaba por crecer a la Astronomía hasta hoy; y puede que a Ptolomeo, intentado el negocio sin fortuna, aún se le ofreciera otra desesperación, como a alguien que más pareciera haber contado, cual Escipión ciceroniano, un dulce sueño de pitagóricos antes que ayudar a la filosofía. Mas a mí, tanto aquella rudeza de la Astronomía antigua como ese consenso en tal punto hallado, con un intervalo de quince siglos, entre las meditaciones de uno y otro, me confirmaron vehementemente en emprender mi propósito. Pues ¿a qué es menester multitud? La naturaleza misma de las cosas iba a presentarse a los hombres por medio de dos intérpretes varios siglos distantes: por hablar como los hebreos, se diría que aquí fuera el dedo de Dios en el ánimo de dos que se hubieran dado por entero a la contemplación de la naturaleza, idéntico su concepto de la conformación del mundo, comoquiera que ninguno hubiese sido guía del otro para adentrarse en tal vía. Ahora ya, luego que dieciocho meses atrás rayara la primera luz, luciera entera hace tres, y el pleno Sol de la contemplación hace poquísimos días, nada me retiene ya, y me complazco en permitirme el furor sagrado, y asaltar insolente a los mortales con la franca confesión de haber hurtado los cálices áureos de los egipcios, para construir con ellos el tabernáculo de mi Dios lejos de los confines de Egipto. Si me lo pasáis por alto, me alegraré; si os inflama la ira, lo soportaré. Aquí lanzo los dados, escribo el libro, que lo lean los presentes o los venideros, nada importa; espere a sus lectores cien años, si Dios mismo se ha prestado a esperar seis mil a quien le contemplara.



Cuadrante de Tycho Brahe utilizado en su observatorio de Uraniborg.

\* \* \*

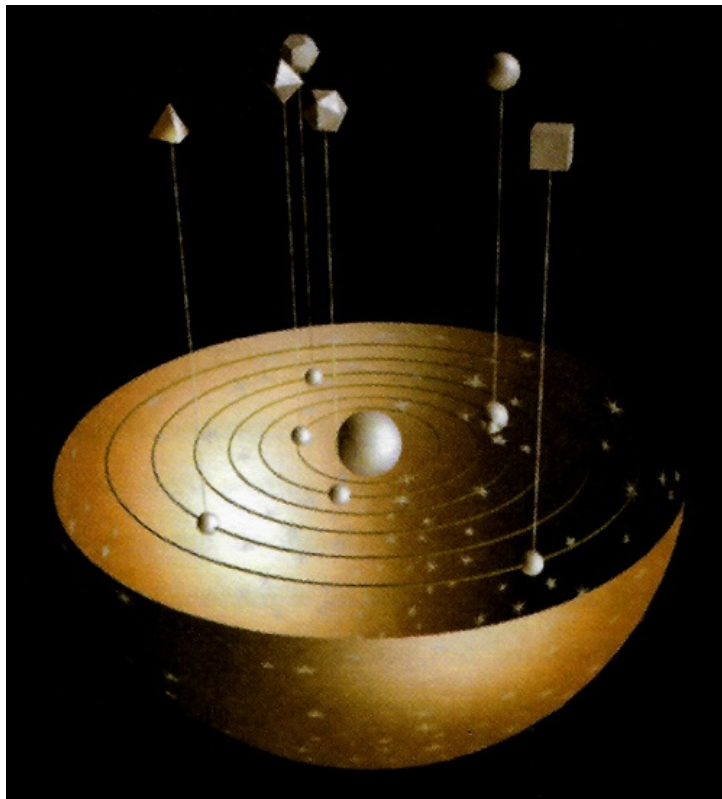
[270] En el momento de ponerme a ello me placería imbuir en los lectores la santísima exhortación de Timeo, filósofo de los gentiles, al principiar estas mismas cosas, que los cristianos han de conocer, si ya no imitar, con suma admiración y vergüenza:<sup>[7]</sup>

\* \* \*

*Puesto que Sócrates, en efecto, al igual que todos cuantos participan de un mínimo de sensatez, al entrar en cualquier negocio así pequeño como grande invoca siempre a Dios, también a nosotros, en cuyo ánimo está discutir de lo universal*

*de las cosas, a no ser que nos apartemos francamente de toda sana razón, nos es de necesidad pronunciar unánimes en alta voz los votos prescritos a todos los dioses y diosas, para que digamos cosas sumamente gratas y aceptables, primeramente, a ellos, y después, a vosotros.*<sup>[8]</sup>

## I. DE LAS CINCO FIGURAS SÓLIDAS REGULARES



La visión de Kepler del universo asociaba los planetas a los sólidos platónicos y sus geometrías cósmicas. Marte como dodecaedro, Venus como icosaedro, la Tierra como esfera, Júpiter como tetraedro, Mercurio como octaedro, Saturno como cubo.

[271] Cómo convengan las figuras planas regulares para formar figuras sólidas, dicho queda en el libro segundo: aquí hablamos, por descontado, acerca de figuras planas, de cinco sólidos (entre todos los demás). Su número de cinco, ciertamente, ya quedó demostrado allí, y añadido por qué las denominan figuras del mundo los platónicos, y a cuál elemento las comparan, y por cuál propiedad. Otra vez ahora en la antesala de este libro se habrá de tratar de esas figuras, no por planas, mas por sí mismas, cuanto basta para la

armonía de los cielos: halle lo demás el lector en el *Epítome de astronomía*, libro cuarto, parte II.

Por ende, del *Misterio cosmográfico* insisto aquí brevemente en el orden de cinco figuras en el mundo, de las cuales, tres, primarias, y dos, secundarias. Es en efecto el cubo (1) el más extenso y amplio, por primogénito, y guarda razón con el todo en la forma misma de su generación. Síguele el tetraedro (2), en tanto parte constituida por sección del cubo, ella misma primaria, no obstante, con ángulo sólido trilineal, como el cubo. Dentro del tetraedro está el dodecaedro (3), última de las primarias similarmente compuesta, claro es, con partes del cubo similares al tetraedro, esto es, por tetraedros irregulares que en su interior recubren al cubo. A este sucede por causa de similitud el icosaedro (4), última de las secundarias, que gasta ángulo sólido plurilineal. La más interior es el octaedro (5), semejanza del cubo y primera de las secundarias, a la que se le debe, inscribible como es, el primer lugar de las interiores, así como al cubo es circunscribible el primero de las exteriores.

[272] Ahora bien, son notables dos ayuntamientos entre estas figuras, de diversa clase, combinadas a modo de cónyuges: machos, cubo y dodecaedro, de las primarias; hembras, octaedro e icosaedro de las secundarias; a las que viene a añadirse una a modo de hermafrodita o andrógino, el tetraedro, por cuanto se inscribe en sí mismo, como aquellas femeninas se inscriben en los machos, por así decir, subyugadas a ellos, y tienen signos de sexo femeninos, a saber, ángulos en plano, opuestos a los masculinos.

Aparte de esto, así como el tetraedro es elemento, víscera y como costilla del cubo macho, así el octaedro femenino es elemento y parte del tetraedro, según distinta razón: de este modo el tetraedro es mediador en ese ayuntamiento.

La más señalada diferencia conyugal o de familia consiste en esto: que la proporción es en la cúbica ciertamente expresable; pues el tetraedro es tercio del cuerpo cúbico, y el octaedro, mitad del tetraédrico, sexta parte del cubo; mas la proporción de la pareja dodecaédrica es en verdad inefable [irracional], aunque divina.

La cópula de estos dos términos ordena ser cauto al lector en lo que toca a su significado. Pues aquí la voz «inefable» no denota de suyo nobleza alguna, como en otros lugares de la teología y las cosas divinas, sino condición empeorada, pues hay en geometría, como dicho queda en el libro primero, muchos inefables que no por ello participan en la divina proporción. Ahora bien, qué sea esa divina proporción (a la que es mejor llamar «sección») ha de

sacarse del libro primero. Que otras proporciones piden cuatro términos, y las continuas tres, y la divina quiere, junto a la condición misma de proporción, también una condición tal de los términos que dos términos menores, como partes, constituyan el mayor, como todo.

Síguese de aquí que tanto cuanto pierde esta pareja dodecaédrica por gastar una proporción inefable, otro tanto le viene, viceversa, de que la inefable progresa hacia la divina.

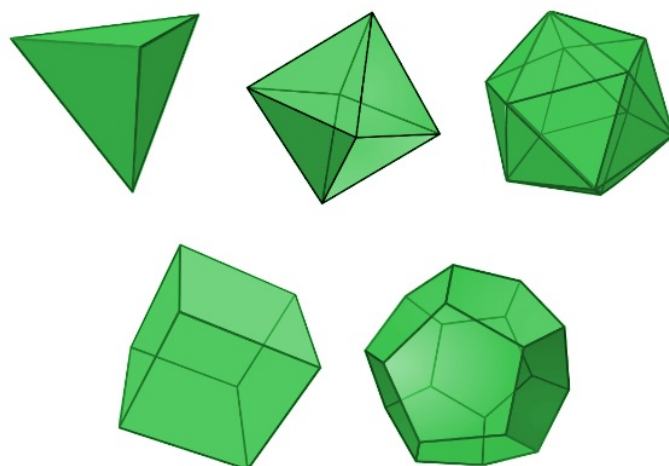
Y este ayuntamiento incluye asimismo a la estrella sólida, cuya generación viene de continuarse cinco de los planos del dodecaedro hasta concurrir todos en un único punto: véase la génesis de esta en el libro segundo.

Es de notar, por último, la proporción entre los orbes a ellos circunscritos y los inscritos, que es expresable en el tetraedro, como 100 000 a 33 333, o como 3 a 1; en el ayuntamiento cúbico, inefable, aunque expresable empero la potencia del semidiámetro del inscrito, raíz [cuadrada] de la parte tercia de la potencia del diámetro, a saber, como 100 000 a 57 735; en el ayuntamiento dodecaédrico, lisa y llanamente inefable, como 100 000 a 79 465; en la estrella, como 100 000 a 52 573, medio lado del icosaedro, o la mitad de la distancia entre dos radios.

## **2. DEL PARENTESCO DE LAS PROPORCIONES ARMÓNICAS CON LAS CINCO FIGURAS REGULARES**

[273] Vario y múltiple es este parentesco: hay, empero, cuatro grados principales, puesto que: o bien se presume el indicio de parentesco por la sola especie externa que las figuras tengan; o con la construcción misma del lado nacen aquellas proporciones iguales a las armónicas; o resultan de las figuras ya construidas, aisladamente o juntas; o en fin, son iguales o vecinas las proporciones entre los orbes de la figura.

En el primer grado, aquellas proporciones cuyo carácter, o lo que es lo mismo, el mayor de los términos, es 3, guardan familiaridad con el plano triangular del tetraedro, octaedro e icosaedro; aquellas con el 4 por término mayor, empero, con el cuadrado plano del cubo; aquellas con el 5, con el quincángulo [pentágono] plano del dodecaedro.



Los cinco sólidos platónicos que para Kepler eran los ladrillos del universo. La esfera los contiene a todos.

Puede esta semejanza con los planos extenderse también al término menor de la proporción; de suerte que dondequiera se venga a dar con el término ternario [el 3] junto a otro de continuo doblado se tendrá una proporción familiar con las tres figuras antes nombradas, como en 1:3 y 2:3 y 4:3 y 8:3, etc.; mas donde sea quinario, la proporción se reclama absolutamente del linaje del matrimonio dodecaédrico: como en 2:5 y 4:5 y 8:5, y así también 3:5 y 3:10, y 6:5 y 12:5 y 24:5. Menos probable será el parentesco si es la suma de los términos la que expresa esta semejanza; como en 2:3, juntos los términos, hacen 5, conque 2:3 será casi de la familia del dodecaedro.

Similar es el parentesco por la especie externa del ángulo sólido, que es en las primeras trilineal, en el octaedro, cuatrilíneo, en el icosaedro, quinquelineal; y así, si otro término de la proporción tiene en común el término ternario, la proporción será familiar de los cuerpos primarios; si ya no es que lo tenga con el cuaternario, que entonces lo será del octaedro; y si con el quinario, en fin, del icosaedro. En las hembras, empero, se echa de ver más este parentesco, por cuanto en ellas la figura característica, latente dentro, sigue a la especie del ángulo, tetragono en el octaedro, pentágono en el icosaedro: y así 3:5, por causa de uno y otro término, será del mismo corte que la entera secta icosaédrica.

El segundo grado de parentesco, que consiste en el nacimiento, ha de concebirse así: primeramente, algunas proporciones armónicas de números son familiares de una pareja o familia; a saber, las proporciones perfectas, de la familia cúbica en particular; y viceversa, existe la proporción que nunca se expresa por números plenos [enteros], ni se muestra de ningún otro modo

mediante números, si no es por una larga serie que paulatinamente accede hacia ella: proporción a la que se dice divina, cuando es perfecta; y reina en forma diversa en el matrimonio dodecaédrico; comiéntase a esbozar un asomo de aquella proporción en estas armonías, 1:2 y 2:3 y 3:5 y 5:8, pues está imperfectísima en 1:2, perfectísima en 5:8, y más perfecta habrá de ser si también ponemos el 8 [como numerador] sobre 5 y 8 juntos en el 13, siempre que esta no dejara ya de ser armónica.

Allende esto, para constituir el lado de las figuras ha de seccionarse el diámetro del globo: y pide el octaedro bisección, cubo y tetraedro, trisección, y el matrimonio dodecaédrico, quinquisección. Luego distribúyense entre las figuras las proporciones según los números que expresan aquellas secciones. Y se corta el cuadrado del diámetro, o lo que es lo mismo, de cierta parte de este fórmase un cuadrado al lado de la figura; y comparados los de los laterales con el del diámetro se constituyen así las proporciones, 1:3, cúbica, 2:3, tetraédrica, 1:2, octaédrica; razón por la que, juntas por parejas, son cúbica y tetraédrica 1:2, cúbica y octaédrica 2:3, octaédrica y tetraédrica 3:4. Los lados del matrimonio dodecaédrico son inefables.

En el tercer grado síguense diversamente proporciones armónicas de figuras ya constituidas. Pues en efecto, o bien el número de lados del plano se compara con el número de lados de la entera figura: [274] y nacen entonces estas proporciones, la cúbica, 4:12 o 1:3, la tetraédrica, 3:6 o 1:2, la octaédrica, 3:12 o 1:4, la dodecaédrica, 5:30 o 1:6, la icosaédrica, 3:30 o 1:10; o bien el número de lados del plano compárase con el número de planos, y da entonces el cubo 4:6 o 2:3, tetraedro, 3:4, octaedro, 3:8, dodecaedro, 5:12, e icosaedro, 3:20; o también, se compara el número de lados o de ángulos planos con el de ángulos sólidos, y da el cubo 4:8 o 1:2, tetraedro, 3:4, octaedro, 3:6 o 1:2, y dodecaedro con su cónyuge, 5:20 y 3:12, esto es, 1:4; o es el número de planos el que compárase con el de ángulos sólidos, y el matrimonio cúbico da 6:8 o 3:4, el tetraedro, proporción de igualdad, y los cónyuges dodecaédricos, 12:20 o 3:5; o bien el número de los lados todos con el de ángulos sólidos, y da el cubo 8:12 o 2:3, tetraedro, 4:6 o 2:3, octaedro, 6:12 o 1:2, dodecaedro, 20:30 o 2:3, e icosaedro, 12:30 o 2:5.

Y compáranse los cuerpos unos con otros, si el tetraedro se recoge dentro del cubo, y el octaedro, dentro de tetraedro y cubo, mediante su inscripción geométrica. Es el tetraedro tercio del cubo, el octaedro, mitad del tetraedro y sexta parte del cubo, como el octaedro, que, inscrito al globo, es sexta parte del cubo que circunscribe al globo. Los cuerpos restantes son inefables.

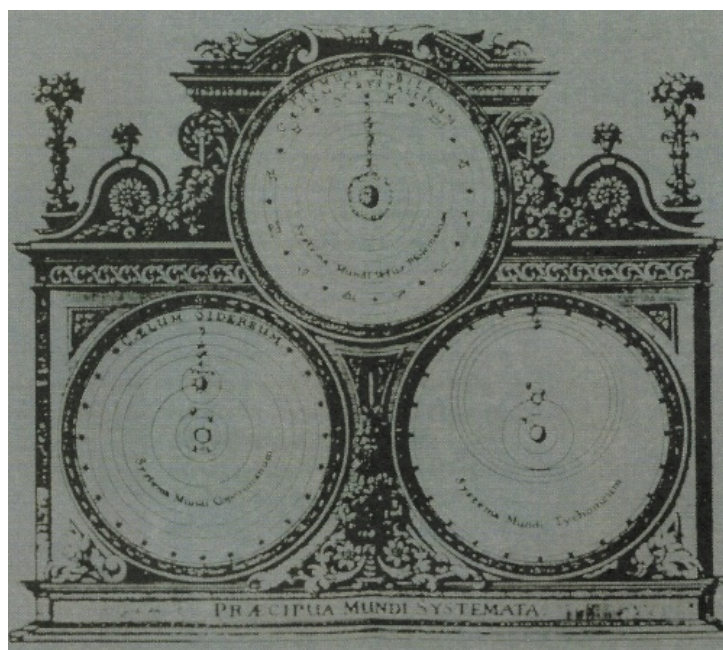
La cuarta especie o grado de parentesco es más apropiada para esta obra, que inquierese aquí la proporción entre los orbes inscritos en las figuras y los orbes a ellas circunscritos y, así, pondérase qué proporciones armónicas se les aproximan. Pues en el tetraedro solo es expresable el diámetro del inscrito, como parte tercera del circunscrito, mas en el matrimonio cúbico la proporción, la única que allí existe, aseméjase a líneas expresables por la potencia solo. Ya que el diámetro del orbe inscrito es al del circunscrito en proporción semitriple [raíz cuadrada de 1:3]. Y si comparas entre sí estas proporciones, la de los orbes tetraédricos dobla [es el cuadrado de] la proporción entre los orbes cúbicos. En los cónyuges dodecaédricos, de nuevo es única la proporción de los orbes, mas inefable, poco mayor que 4:5. Por tanto las proporciones de los orbes cuboctaédricos aproxímanse a estas armonías, 1:2, la aproximada mayor, y 3:5, aproximada menor: las proporciones de los orbes dodecaédricos, empero, aproxímanse a 4:5 y 5:6, como próximas menores, a 3:4 y 5:8 como próximas mayores.

Que se reclame, por ciertas causas, 1:2 y 1:3 para el cubo, y entonces, tal como la proporción de los orbes cúbicos es a la de los tetraédricos, así serán las armonías 1:2 y 1:3, atribuidas al cubo, a 1:4 y 1:9, atribuidas al tetraedro, si alguna vez hubiere de usarse esta analogía; pues en efecto aquellas proporciones son cuadrado de estas armonías. Y por no ser armónica 1:9, suplántala en el tetraedro la armonía próxima, 1:8. Mas por esta analogía conviéndenle al matrimonio dodecaédrico aproximadamente 4:5 y 3:4. Pues tal como la proporción entre los orbes cúbicos ronda el triple [el cubo] de la proporción entre los dodecaédricos, así también las armonías cúbicas 1:2 y 1:3 rondan el cubo de las armonías 4:5 y 3:4. Pues 4:5 así elevada al cubo es 64:125, y 1:2, es 64:128. Así también 3:4, al cubo, es 27:64, y 1:3 es 27:81.

### **3. SUMA DE DOCTRINA ASTRONÓMICA, NECESARIA A LA CONTEMPLACIÓN DE LAS ARMONÍAS CELESTES**

Sepan esto de principio los lectores: que las antiguas hipótesis astronómicas de Ptolomeo, al modo en que se explican en las *Teóricas* de Purbach y demás escritores de epítomes, han de ser arrancadas de estas consideraciones y desechadas [275] del ánimo, pues no transmiten ni la veraz disposición de los cuerpos del mundo ni el gobierno de sus movimientos. En su lugar, tampoco puedo obrar de otro modo sino sustituirlas únicamente por el juicio de Copérnico sobre el mundo y persuadir a todos, si posible fuere.

Mas por ser el asunto entre el común de los estudiosos, a más de nuevo aún, doctrina que suena plenamente absurda a oídos de los más, a saber, que la Tierra es uno de los planetas y se mueve por los espacios siderales en torno al Sol inmóvil, sépanlo por tanto aquellos a quienes ofenda lo insólito de ese juicio: que estas especulaciones armónicas también tienen cabida en las hipótesis de Tycho Brahe, por cuanto este autor tiene en común con Copérnico todo lo demás que atañe a la disposición de los cuerpos y lo atemperado de sus movimientos entre sí; solo el copernicano movimiento anual de la Tierra lo transfiere él al sistema entero de orbes planetarios, y al Sol, que tiene el punto medio con consenso de ambos autores. Pues de esta traslación del movimiento no resulta menos que la Tierra, si ya no en el vastísimo e inmenso espacio de la esfera de las fijas, al menos en el sistema de los mundos planetarios tiene en cualquier momento según Brahe el mismo lugar que Copérnico le da: conquese así como quien traza un círculo sobre el papel mueve en círculo el pie trazador del compás, mas quien fija el papel o el tablero a un torno rotatorio, inmóvil el pie trazador o la pluma, traza asimismo idéntico círculo sobre la tabla que rueda, así también en esto la Tierra, según Copérnico, ciertamente mide a su paso con el movimiento de su cuerpo real un círculo que surca por medio de los círculos de Marte, exterior, y de Venus, interior. En Brahe, empero, el entero sistema planetario (en que se hallan entre los demás también los de Marte y Venus) da vueltas como el tablero en el torno, aplicando a su paso a la Tierra inmóvil, o a la pluma en el caso del torno, el intersticio entre los círculos de Marte y de Venus: y por este sistema de movimiento hace aquel que la Tierra, persistiendo inmóvil, señale en torno al Sol idéntico círculo, intermedio entre los de Marte y Venus, que traza en Copérnico, mas este por movimiento verdadero de su cuerpo, quieto el sistema. Por ende, como la contemplación armónica considere los movimientos excéntricos de los planetas, o como vistos desde el Sol, fácilmente podrá ser que se entienda esto, que de hallarse algún observador en el Sol, móvil este cuanto se quiera, y la Tierra, quieta cuanto se quiera (por conceder esto a Brahe), no parecerá menos que recorre el círculo del año por medio de los planetas y en un espacio de tiempo también intermedio. Por tal razón, aunque algún hombre exista tan débil de fe que no pueda concebir el movimiento de la Tierra entre los astros, ese podría gozar no menos con la contemplación excelsa de la más divina maquinaria, si cuanto quiera que oyere acerca del movimiento diario de la Tierra en su excéntrica lo aplicare a la apariencia del mismo desde el Sol, la que también presenta Tycho Brahe con la Tierra quieta.

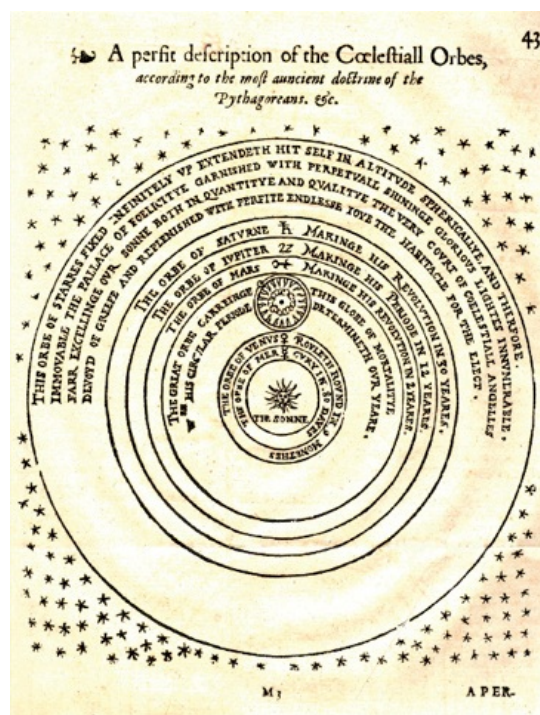


Los modelos de Ptolomeo, Copérnico y Tycho Brahe.

Y no tienen, sin embargo, los verdaderos cultivadores de la filosofía samia justa causa para envidiar a los tales por compartir especulación tan sumamente deliciosa: que sería su gozo en muchas partes más perfecto, como causado por una perfección consumada de la especulación, si aceptaren también la inmovilidad del Sol y el verdadero movimiento de la Tierra.

Retengan pues los lectores, en primer lugar [I], ser hoy cosa certísima al alcance de todos los astrónomos que todos los planetas circunvalan al Sol, excepto la Luna, que a la sola Tierra tiene por centro —de cuyo orbe o curso ciertamente no es tanta la cantidad que pueda trazarse en esta carta en justa proporción a los demás—. Conque accede así entre los cinco restantes un sexto que, o por movimiento propio, quieto el Sol, o inmóvil él mismo y rotando todo el sistema planetario, traza un sexto círculo en torno al Sol.

En segundo lugar [II], que es cierto hacerse excéntricos todos los



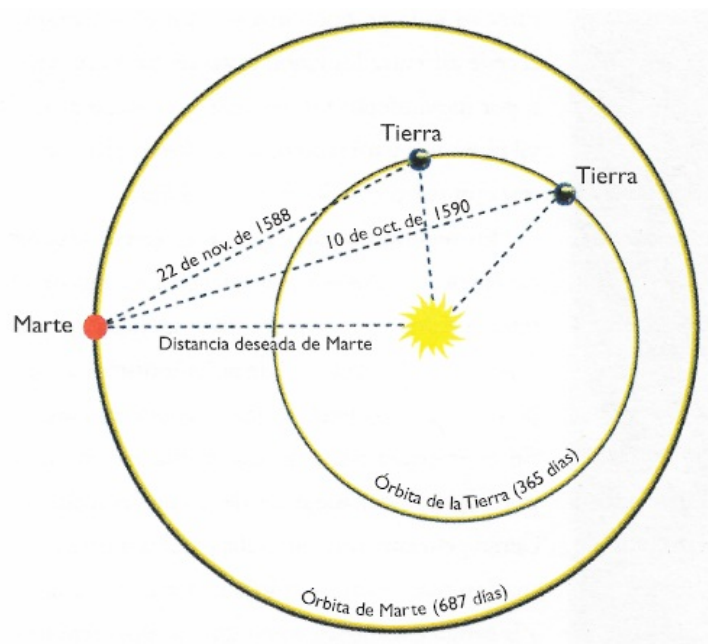
Un boceto del sistema copernicano realizado por Thomas Digges en el siglo XVI.

planetas, esto es, mudar el intervalo desde el Sol hasta ellos, de suerte que en una parte del círculo se hagan remotísimos a este, [276] y en la opuesta vengan a estarle próximos. En el esquema anejo se han hecho tres círculos por cada planeta, ninguno de los cuales indica el camino excéntrico mismo del planeta, ciertamente, sino uno medio, como en Marte es *BE* igual a la órbita excéntrica, mirando a su diámetro más largo; más la órbita misma, como *AD*, toca por un costado a *AF*, el superior de los tres, en *A*, y por el opuesto costado, en *D*, al inferior *CD*. El círculo *GH* bosquejado en puntos, y trazado por el centro del Sol, indica el camino de este según Tycho Brahe; que si se mueve por ese camino, absolutamente todos los puntos del entero sistema planetario aquí pintado se moverían por igual camino, en cada caso, el que les es propio. Y de estar uno de esos puntos, a saber, el centro del Sol, en una parte de su círculo, como aquí en la más baja, absolutamente todos los puntos del sistema estarán en las partes más bajas, cada cual de su círculo. Y aun se han juntado en uno los tres círculos de Venus por lo angosto del espacio disponible, lo que no entraba en mis propósitos.

En tercer lugar [III], rebusque el lector en mi *Misterio cosmográfico*, que edité veintidós años ha: el número de los planetas o de cursos en torno al Sol lo tomó el sapientísimo Fundador de las cinco figuras sólidas regulares, de las que escribiera Euclides ya hace algunos siglos el libro al que se llama *Elementos* por estar construido mediante una serie de proposiciones. Ahora bien, que no puedan ser más cuerpos regulares, esto es, que figuras planas regulares no puedan congregarse en sólido en más número que cinco, eso queda patente en el libro segundo de esa obra.

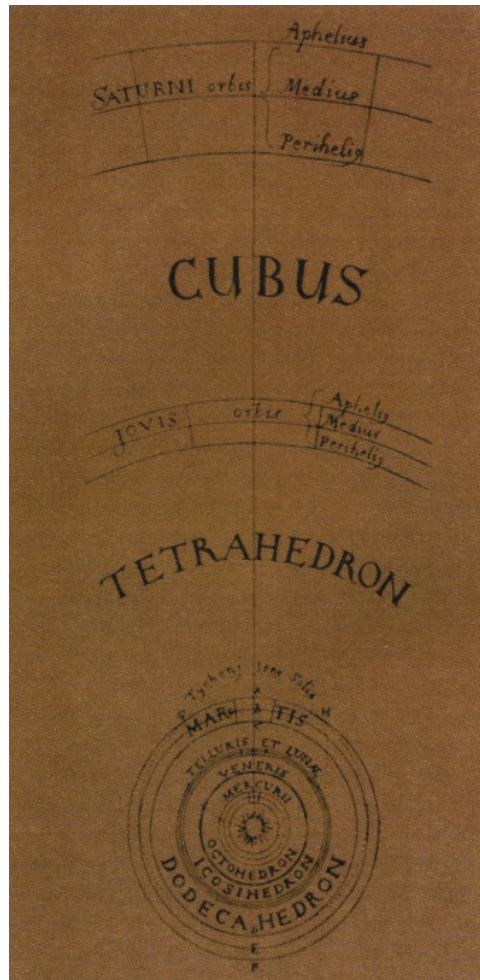
En cuarto lugar [IV], en lo que atañe a la proporción entre las órbitas planetarias, entre dos órbitas vecinas la proporción es siempre tal que fácilmente aparezca que todas y cada una de ellas se aproximan a una única proporción de orbes de una de las cinco figuras sólidas, a saber, la que hay entre el orbe a ella circunscrito y el orbe en ella inscrito: sin que no obstante sea lisa y llanamente igual, como antaño fui tan osado de prometer de la Astronomía finalmente perfeccionada. Pues de la absoluta demostración de los intervalos a partir de las observaciones de Brahe se desprendió luego que, aplicados los ángulos del cubo [277] al círculo más interior de Saturno, ciertamente los centros de los planos tocan, o casi, el círculo intermedio de Júpiter; y al tocar los ángulos del tetraedro el círculo más interior de Júpiter, los centros de los planos del tetraedro casi tocan el círculo más externo de Marte; y así, surgiendo los ángulos del octaedro de cualquiera de los círculos

de Venus (reducidos los tres en angostísimo intervalo), los centros de los planos octaédricos penetran y descienden más hondo que el círculo más externo de Mercurio, sin venir no obstante hasta el círculo medio: y por último, que son del todo próximas a las proporciones entre orbes dodecaédricos e icosaédricos, iguales entre sí, las proporciones o intervalos entre Marte y la Tierra y entre los círculos de la Tierra y Venus, casi iguales si computamos desde el más interno de Marte al medio de la Tierra, pero al medio de Venus desde el medio de la Tierra. Pues en efecto el intervalo medio de la Tierra es medio proporcional entre el mínimo de Marte y el medio de Venus; sin embargo estas dos proporciones entre círculos de planetas siguen siendo mayores que las de aquellos pares de orbes en la figura, de suerte que los centros de los planos del dodecaedro no tocan el círculo más externo de la Tierra, ni los centros de los planos del icosaedro el de Venus, y no puede completarse ese hiato mediante el semidiámetro del orbe de la Luna añadido sobre el intervalo máximo de la Tierra, pero sustraído por debajo del mínimo. Pero sí se me alcanza ahí alguna otra proporción de figura; a saber, si del dodecaedro con excrecencias al que doy por nombre «Erizo», conformado por doce estrellas quincungulares y con ello próximo a los cinco cuerpos regulares, si doce puntas de este, digo, se colocan en el círculo más interior de Marte, entonces los lados de los pentágonos que son base cada uno de uno de los radios o puntas alcanzan a tocar el círculo medio de Venus. Más brevemente, los cónyuges cubo y octaedro no penetran dentro de sus orbes planetarios en absoluto; los cónyuges dodecaedro e icosaedro no alcanzan del todo a los suyos, y el tetraedro toca a uno y otro exactamente: en aquellos hay un menos, en esos, un más, y aquí, igualdad, en lo referente a intervalos de los planetas.



Cálculo de Kepler de la órbita real de Marte a partir de las diferentes posiciones relativas de la Tierra.

De donde se hace patente no ser traídas de las solas figuras regulares las proporciones entre los intervalos desde el Sol a los planetas. No se aparta, pues, del arquetipo suyo el Creador, mismísima fuente de la Geometría que, como escribió Platón, «practica la geometría eterna». Y esto mismo puede francamente colegirse de que todos los intervalos de un planeta múdanse por períodos fijos de tiempo: de suerte que un planeta cualquiera tiene dos intervalos más señalados desde el Sol, máximo y mínimo; y entre dos planetas puede darse una cuádruple comparación de tales intervalos, o de máximos, o de mínimos, o bien, entre los dos intervalos contrarios, de los más remotos entre sí o de los más próximos: así, hacen número de veinte las comparaciones de planetas vecinos por pares, cuando, al contrario, son solo cinco las figuras sólidas. Mas en verdad está en consonancia con el Creador, si cuida de las proporciones de los orbes en general, cuidar también de la proporción entre los intervalos desde el Sol a cada uno, variables en aspecto; y que fuese tal cuidado idéntico en ambos casos, y conexo el uno al otro: sopesado lo cual, obtendremos que han de ser varios los principios puestos por obra, a más de los cinco cuerpos regulares, para establecer orbes y diámetros y excentricidades juntamente.



El sistema del mundo determinado por la geometría de los sólidos regulares según Las armonías del mundo (Linz, 1619).

En quinto lugar [V], para venir a los movimientos entre los cuales se han constituido armonías, de nuevo insisto a los lectores en que está demostrado por mí en mi comentario de Marte, a partir de certísimas observaciones de Brahe, que arcos diarios iguales en una misma excéntrica no se atraviesan con igual celeridad, pero que *esas demoras distintas en partes iguales de la excéntrica guardan la proporción de sus intervalos respecto al Sol, fuente del movimiento*; y viceversa, que supuestos tiempos iguales, pongamos un día natural en ambos casos, *los correspondientes arcos diarios verdaderos [278] de una órbita excéntrica mantienen proporción, la inversa de la proporción entre los dos intervalos respecto al Sol*. Ahora bien, demostrado está también por mí, al mismo tiempo, *ser elíptica la órbita del planeta, y estar el Sol, fuente del movimiento, en el otro foco de esa elipse*, y así resulta que el planeta, despachado *un cuadrante de todo el circuito desde su afelio*,

mantiene un intervalo desde el Sol hasta él exactamente medio entre el máximo, en el afelio, y el mínimo, en el perihelio. De estos dos axiomas, empero, resulta que *el movimiento medio* diario del planeta sea idéntico al verdadero arco diario de su excéntrica en aquellos momentos en que el planeta está *en el final del cuadrante de la excéntrica*, computado desde el afelio, a pesar de que ese cuadrante verdadero siga semejando ser menor que el cuadrante justo. Más ampliamente, síguese *que dos arcos verdaderos cualesquiera de la excéntrica, en verdad igualmente distantes, uno, del perihelio, el otro, del afelio, juntos igualan a dos diarios medios*, y, por consiguiente, comoquiera que la proporción de los círculos es la misma que la de los diámetros, *la proporción de un diario medio a todos los medios juntos* iguales entre sí que haya en el circuito entero *será la misma que entre un arco diario medio y todos los arcos excéntricos verdaderos juntos*, iguales en cuanto a número, mas entre sí desiguales. Y han de conocerse previamente estas cosas de los verdaderos arcos diarios de la excéntrica y de los verdaderos movimientos, a fin de que por ellas entendamos los movimientos aparentes, como para un ojo en el Sol.

En sexto lugar [VI], en cuanto atañe a arcos aparentes, como vistos desde el Sol, sabido es aun por la astronomía antigua que, de los movimientos verdaderos y también iguales entre sí, el que más lejos se aparta del centro del mundo (como movimiento que está en el *Afelio*) *semeja ser menor*, mirado desde el centro, y asimismo el que esté más cerca, como movimiento que *se halla en el Perihelio, semeja ser mayor*. Por ende, y comoquiera, además, que los arcos verdaderos diarios son mayores en lo próximo, por causa de la mayor celeridad del movimiento, y menores en el remoto afelio, por causa de su tardanza, ya demostré en los de Marte que *la proporción entre los arcos diarios aparentes de una excéntrica es con bastante precisión la proporción inversa de los cuadrados de sus intervalos respecto al Sol*. Tal como si el planeta en uno de sus días cuando está en afelio distare del Sol 10 partes de una medida cualquiera, y en el día opuesto, cuando está en el perihelio, 9 partes semejantes: de cierto que, visto desde el Sol, su adelanto aparente en el afelio habría de ser al adelanto aparente en el perihelio como 81 es a 100.

Ahora bien, esto es verdadero con estas cautelas: primera, que *no sean grandes los arcos de la excéntrica*, no sea que compartan distancias diversas muy diferentes, esto es, causen sensibles variaciones de la distancia desde sus términos a los ápices; luego, que *no sea sobremanera grande la excentricidad*, pues cuanto mayor la excentricidad, y así, el arco, más aumentará su ángulo aparente allende la medida de su proximidad al Sol, por

el teorema 8 de las *Opticas* de Euclides, a pesar de que *en arcos pequeños una gran distancia es de nulo momento*, como advierto en mi *Optica*, capítulo 11. Mas hay otra causa de que lo advierta aquí, pues *en torno a las anomalías medias el arco de la excéntrica se ofrece oblicuamente desde el centro del Sol*, oblicuidad que merma la magnitud aparente; tal como, al contrario, en torno a los ápices, el arco se ofrece en recto al espectador, a quien hacemos en el Sol. Cuando la excentricidad es harto grande, por tanto, perjudica sensiblemente a las proporciones de los movimientos; si aplicamos sin disminución el movimiento medio diario a la distancia media, parecerá el movimiento a la distancia media casi tanto cuanto es: como más abajo aparecerá en Mercurio. Cuéntanse todas estas cosas de forma más prolija en *Epitome Astronomiae Copernicanae*, libro quinto: habían de recordarse aquí por concernir a los mismísimos términos de la armonía celeste considerados cada uno por sí y separadamente.

En séptimo lugar [VII], si por ventura hubiere quien se topare con esos movimientos diarios que no aparecen [279] a quienes miren como desde el Sol, sino desde la Tierra, de los cuales trata el libro sexto del *Epitome Astronomiae Copernicanae*, ese sabrá que no tienen lisa y llanamente razón de ser en este asunto: ni deben, comoquiera que la Tierra no es fuente de los movimientos, ni pueden, comoquiera que el movimiento degenera, en cuanto a apariencias falaces, no meramente en semejar quieto o estacionario, pero aun retrógrado, razón por la que un sinfín de proporciones aplícase a todos los planetas simultáneamente y por igual. Por tanto, para que obtengamos con certeza cuáles proporciones establezca de suyo cada uno de los movimientos diarios de las verdaderas órbitas excéntricas (aunque sigan siendo aparentes como para un espectador en el Sol, fuente del movimiento) ha de retirarse primero de tales movimientos propios esa fantasía, común a todos los cinco, del movimiento anual adventicio —así nazca del movimiento de la Tierra misma, siguiendo a Copérnico, o del movimiento anual del entero sistema, siguiendo a Tycho Brahe— y someterse a inspección los movimientos propios de cada planeta así cribados.

En octavo lugar [VIII], hasta aquí hemos tratado de diferentes demoras o arcos de un mismo planeta. Hemos de vérnoslas ahora con los movimientos de dos planetas comparados, donde es menester tomar nota de la definición de los términos que habrán de sernos necesarios. Damos el nombre de *ápices próximos* de dos planetas al perihelio del superior y al afelio del inferior a pesar de que no caigan hacia idéntico costado del mundo, sino en distinto y acaso contrario. Entiende, lector, por *movimientos extremos* el más tardo y el

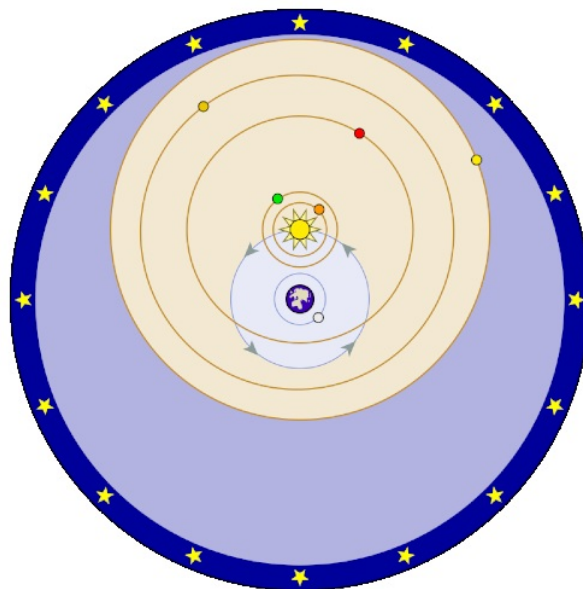
más raudo en el entero circuito planetario; de estos, *convergentes o conversos*, los que se dan en los ápices próximos de los dos, esto es, en el perihelio del planeta superior y afelio del inferior; *divergentes o diversos*, los que en ápices opuestos, esto es, en el afelio del superior y perihelio del inferior. De nuevo ha de despacharse y traerse aquí, por tanto, alguna parte de mi *Misterio cosmográfico*, suspensa hace veintidós años por no lucir aún la cosa con claridad, habiendo dado con los verdaderos intervalos de los orbes, y, merced a las observaciones de Tycho Brahe y la continua labor de mucho tiempo, al cabo, la genuina proporción entre los tiempos periódicos de los orbes:

*tarde miró uno sin maña,  
miró, no obstante,  
y tras largo tiempo advino.*



Mural en el observatorio de Tycho Brahe en Uraniborg.

Y si pides el preciso momento, concibióse en mi ánimo a ocho de marzo del año de mil seiscientos dieciocho, mas desdichadamente llamada a cálculo y desterrada por falsa, y finalmente recogida a 15 de mayo, tomados nuevos ímpetus, puso en fuga a las sombras de mi mente, conspirando a ello juntamente tanta comprobación y fatiga más de diecisiete años con las observaciones de Brahe, y tantas cavilaciones en ellas, de suerte que primero creí soñar y haber tomado de antemano lo buscado entre los principios de mi búsqueda. Mas es cosa certísima y en todo exacta que *la proporción que existe entre los tiempos periódicos de dos planetas cualesquiera sea precisamente la proporción sesquiáltera [de la potencia  $3/2$ ] entre las distancias medias, esto es, entre los orbes mismos; atendiendo también, no obstante, a que la media aritmética de ambos diámetros en sendas órbitas elípticas sea algo menor que el más largo de entrambos*. Y así, si alguno extrajere de dos períodos, digamos que el de la Tierra, que es un año, y el de Saturno, que es treinta, la parte tercia de la proporción de entrambos, esto es, las raíces cúbicas, y luego doblare tal proporción multiplicando *al cuadrado* las raíces cúbicas, *ese obtendría en los números resultantes la ajustadísima proporción entre las distancias a la Tierra y a Saturno desde el Sol*.<sup>[9]</sup> Pues raíz cúbica de 1 es 1, cuyo cuadrado es 1; y mayor que 3 es la cúbica de 30, cuyo cuadrado, mayor que 9. Y la distancia media a Saturno desde el Sol, poco más alta [280] del nóncuplo [nueve veces] de la distancia media a la Tierra desde el Sol. Será necesario más abajo, en el capítulo 9, el uso de este teorema para la demostración de las excentricidades.



Modelo de Tycho Brahe.

En noveno lugar [IX], si quisieres medir luego con la misma pérta, por así decir, la verdadera jornada que anda a diario cada planeta a través del éter, dos serán las proporciones a conjugar: una, la de los verdaderos arcos diarios de la excéntrica entre sí (no de los aparentes), la otra, la proporción entre los intervalos medios desde el Sol a cada una de las excéntricas (por cuanto es la misma que la proporción entre amplitudes de los orbes), esto es, *ha de multiplicarse el verdadero arco diario de cada planeta por el semidiámetro de su orbe*, hecho lo cual aparecerán números idóneos para inquirir si esos trayectos establecen proporciones armónicas.

En décimo lugar [X], para que obtengas en verdad cuánta parezca ser cualquiera de esas jornadas diarias para un ojo supuesto en el Sol, aun cuando puedes pedírselo inmediatamente a la Astronomía, no obstante se hará patente asimismo si aumentas la proporción entre jornadas mediante la proporción inversa entre intervalos, no ya medios, sino los verdaderos en una posición cualquiera de la excéntrica: *multiplica la jornada que recorre el planeta superior por el intervalo desde el Sol al planeta inferior, y a la inversa, la jornada del inferior por el intervalo desde el Sol al superior*.

En oncenavo lugar [XI], dados los movimientos aparentes del uno en afelio y del otro en perihelio, o, en su caso, la contraria, a partir de ellos se extraen no menos las proporciones entre intervalos desde el perihelio de uno al afelio del otro; donde conviene empero sean conocidos previamente los movimientos medios, como proporción inversa entre tiempos periódicos, de los que se extrae la proporción entre orbes por el artículo VIII de más arriba: *tomada entonces la media proporcional entre movimiento aparente y medio de uno u otro, esa misma media es al semidiámetro de su respectivo orbe, ya patente, como el movimiento medio es a la distancia o intervalo buscado*. Sean tiempos periódicos de dos planetas 27 y 8: conque la proporción del movimiento medio diario de aquel a este es la que hay de 8 a 27, por lo que serán los semidiámetros de sus orbes como 9 es a 4. Pues raíz cúbica de 27 es 3, de 8 es 2, y de esas raíces, 3 y 2, son cuadrados 9 y 4, sean ahora movimientos aparentes del uno en afelio, 2, y del otro en perihelio, 33 con un tercio. Medias proporcionales entre los movimientos medios 8 y 27 y esos movimientos aparentes serán 4 y 30. Conque si la media 4 da por distancia media del planeta 9, entonces el movimiento medio 8 da un intervalo de 18 en el afelio, correspondiente al movimiento aparente 2; y si la otra media 30 da por distancia media del otro planeta 4, entonces su movimiento medio 27 da un intervalo de 33 con tres quintos en el perihelio. Digo, por consiguiente, ser la distancia del primero en afelio a la distancia del segundo en perihelio como

18 es a 33 con tres quintos. De donde se hace patente que, dueños ya de las armonías entre dos movimientos extremos, y prescritos los tiempos periódicos de ambos, están necesariamente dados los intervalos extremo y medio, por lo que también las excentricidades.

Duodécimo [XII]: ocurre también dar con el movimiento medio del planeta a partir de los diferentes movimientos extremos. *No es, en efecto, este la exacta media aritmética entre los movimientos extremos, ni exactamente la media geométrica, sino tanto menor de la geométrica cuanto esta de la media [aritmética] entre una y otra.* Sean dos movimientos extremos 8 y 10: el movimiento medio será menor que 9, y así también menor que la raíz cuadrada de 80 en otro tanto, cuanto la mitad de lo que va de uno a otro, de 9 a la raíz cuadrada de 80. Y así también, como sea el movimiento en el afelio 20 y en el perihelio 24, será el movimiento medio menor que 22, y aun menor que la raíz cuadrada de 480 en otro tanto, como la mitad de lo que va entre esta raíz y 22. Hallará este teorema uso en lo que sigue.

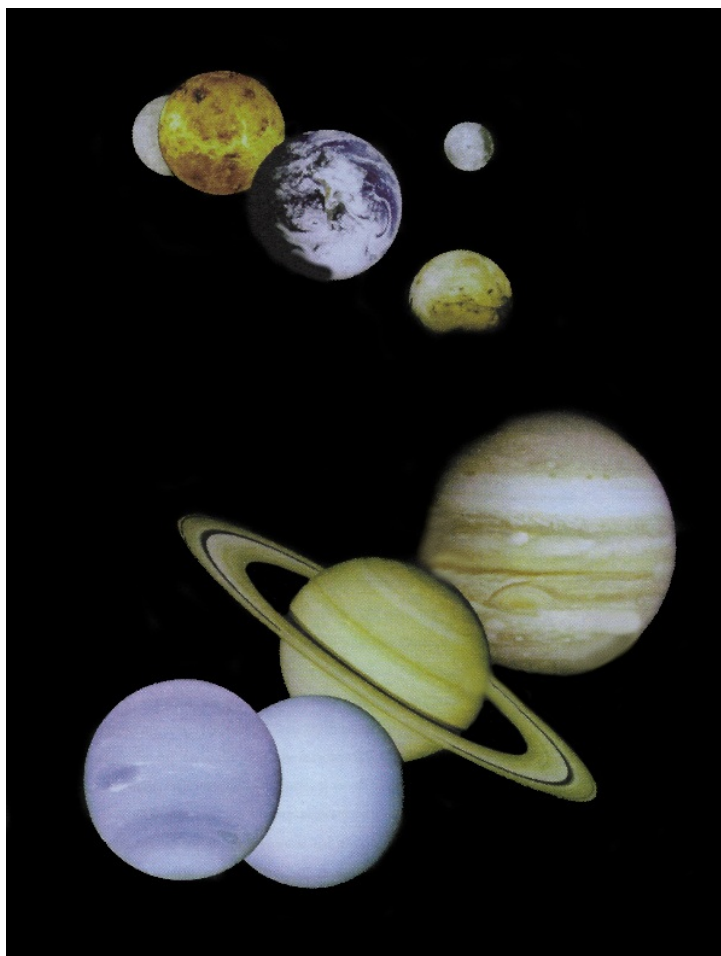
[281] En decimotercer lugar [XIII], de lo antes expuesto se demuestra esta proposición, que habrá de sernos harto necesaria, a saber: que al modo en que la proporción entre movimientos medios de dos planetas es la proporción inversa de las potencias  $3/2$  de los orbes, *así la proporción entre dos movimientos aparentes extremos convergentes siempre se quedará falta respecto a la proporción entre las potencias  $3/2$  de los intervalos correspondientes a aquellos movimientos extremos; y que, en tanta proporción en cuanta las dos proporciones entre los dos intervalos y los correspondientes dos intervalos medios o semidiámetros de los dos orbes, multiplicadas entre sí, resulten menos que la proporción entre las raíces cuadradas de los orbes, en otra tanta proporción será mayor la proporción entre los dos movimientos extremos convergentes que la proporción entre los intervalos correspondientes: si aquella proporción compuesta, empero, superare la mitad de la proporción entre orbes, entonces la proporción entre movimientos convergentes sería menor que la proporción entre sus intervalos.*<sup>[10]</sup>

\* \* \*

#### **4. EN QUÉ COSAS TOCANTES AL MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS HÁLLANSE EXPRESADAS POR EL**

## **CREADOR LAS PROPORCIONES ARMÓNICAS, Y DE QUÉ MODO**

Así pues, retiradas las fantasías de retrogradación y movimiento estacionario, y discernidos los movimientos propios de los planetas en sus genuinas órbitas excéntricas, restan en ellos hasta aquí estas distintas cosas: 1) Intervalos desde el Sol. 2) Tiempos periódicos. 3) Arcos excéntricos diarios. 4) Demoras en sus arcos diarios. 5) Ángulos en el Sol, o arcos diarios aparentes como para espectadores sitos en el Sol. Y de nuevo todas ellas (excepto los tiempos periódicos) son variables en todo el circuito, más en las longitudes medias, pero mínimamente en los extremos, cuando, invertido el movimiento, retornan hacia la opuesta; que, cuando el planeta está en lo más bajo y más vecino al Sol, y con ello, se encuentra en un grado mínimo de la excéntrica, y a la inversa, hace en un día su arco más grande en la excéntrica y más veloz parece desde el Sol, entonces permanece el movimiento algún tiempo en tal vigor sin variación sensible. Hasta que, superado el perihelio, paulatinamente comienza el planeta a retroceder desde el Sol en línea recta; y simultáneamente se encuentran entonces más días en cada grado de la excéntrica. O bien, si consideras el movimiento de un día, en el siguiente día también adelanta menos y desde el Sol semeja mucho más tardo, hasta que se aproxime al ápice extremo, poniendo un intervalo máximo con el Sol; o bien, por el contrario, en un día hace su mínimo arco y también ofrece su movimiento una apariencia mucho menor y la mínima en su entero ámbito.

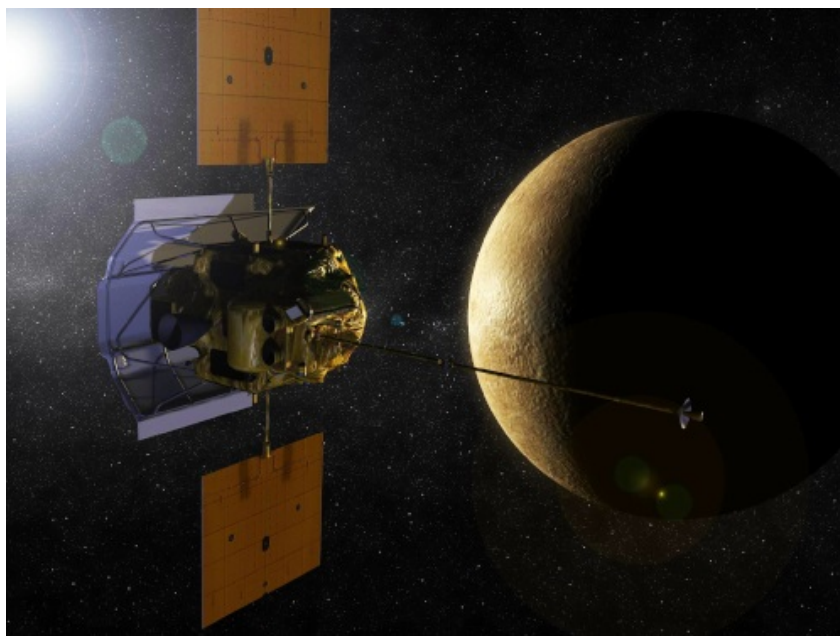


La armonía de las esferas. Kepler creía que todos los planetas de nuestro sistema solar se movían en armonía, tal como se representa en este montaje del sistema solar.

Y finalmente todas estas cosas están en un solo planeta en tiempos diversos, o en planetas diversos; de suerte que, supuesto un sinfín de tiempo, todas esas afecciones del circuito de un planeta concurren y puedan compararse en el mismo momento con todas las del circuito de otro, y entonces, comparadas entre sí las excéntricas enteras, tienen idéntica proporción que los semidiámetros de las mismas, o que sus intervalos medios; aun así, arcos de dos excéntricas designados de igual modo o con idéntico número tienen empero longitudes verdaderas desiguales en proporción a la totalidad de las excéntricas. Así, un grado en la esfera, digamos, de Saturno es casi el doble de un grado en la esfera de Júpiter. Y viceversa, arcos diarios de excéntricas expresados en números astronómicos no muestran la proporción de las verdaderas jornadas que los globos hacen en un día [283] por el etéreo hálito, porque las unidades singulares denotan en el círculo más amplio del

planeta superior una parte mayor de recorrido, pero en el círculo inferior, más angosto, una menor.

\* \* \*



El Mariner 10 pasando por Mercurio.

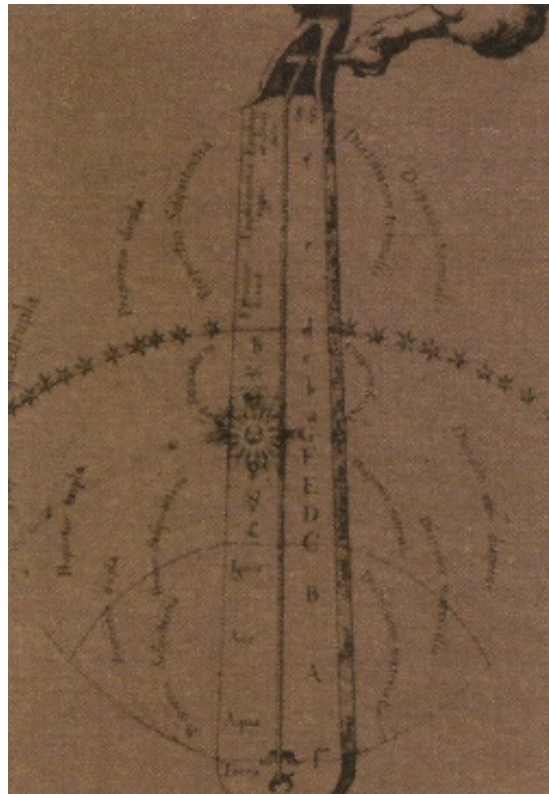
## **7. CÓMO PUEDEN EXISTIR CONTRAPUNTOS O ARMONÍAS UNIVERSALES DE TODOS LOS PLANETAS, DIFERENTES CADA UNO DE LOS DEMÁS**

[295] Ahora, Urania, es menester un mayor sonido: cuando por la escala armónica de los movimientos celestes asciendo a alturas mayores, que recóndito custodian el genuino arquetipo de la fabrica del mundo. Proseguid, músicos modernos, y juzgad la cosa por vuestras artes, no conocidas de la Antigüedad. En estos siglos últimos, tras dos mil años yacente, Naturaleza nunca pródiga de sí os produjo no obstante, a vosotros, primeros espejos genuinos del universo: por esas voces vuestras traídas a común concierto y por esos vuestros oídos se ha susurrado ella a la mente humana tal cual existe en su íntimo seno, hija dilectísima de Dios Creador.<sup>[11]</sup>

Cuáles proporciones armónicas abarquen dos planetas vecinos entre los extremos de sus movimientos, quedó explicado arriba. Mas rarísima vez ocurre que dos, señaladamente si se cuentan entre los más tardos, coincidan

simultáneamente en sus intervalos extremos: verbigracia, los ápices de Saturno y Júpiter distan unos 81 grados; por consiguiente, entretanto esta distancia mide el entero zodíaco por saltos fijos de veinte años,<sup>[12]</sup> transcurren ochocientos años, y aun así, tampoco ese salto que concluye el octavo siglo lleva exactamente a los mismos ápices; y si yerra por un poco más, se ha de aguardar otros ochocientos años para que pueda buscarse con fundamento salto más feliz. Y ello ha de reiterarse tantas veces cuantas la medida de desviación esté contenida en la amplitud de un salto.

Cumplen tales períodos también otras parejas particulares de planetas, aunque no tan amplios. En el ínterin, empero, acontecen otras armonías de dos planetas, entre movimientos de los que no son ambos extremos, sino uno u otro intermedios: y tales armonías, como en tonos diversos. Pues por extenderse Saturno de G [Sol] a h [Si] y poco más allá, Júpiter de h [Si] hasta d [Re] y más, pueden acontecer entre ellos estas armonías por encima de una octava: ambas terceras, y la cuarta justa. Una u otra de aquellas, mediante el tono que mantenga la amplitud de la restante; la cuarta, empero, mediante la amplitud de un tono mayor. Pues, en efecto, habría cuarta no solo desde el G [Sol] de Saturno al cc [Do+8ª] de Júpiter, sino también del A [La] de



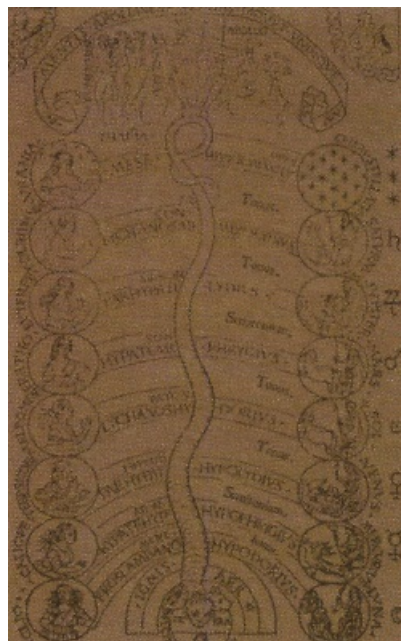
Boceto del siglo XVII que representa el universo como un monocordio. Muchos compartían la visión de Kepler de un universo armónico.

Saturno al dd [Re+8ª] de Júpiter, y a lo largo de todos los intermedios entre G [Sol] y A [La] de aquel y cc [Do+8ª] y dd [Re+8ª] de este. Mas octava y quinta acontecen solo en las puntas de los ápices. Marte, empero, habiendo alcanzado un intervalo más grande que el propio, lo obtuvo para que formara octava con los planetas superiores mediante alguna amplitud de tono. Mercurio obtuvo tan solo tanto intervalo que le permitiera establecer la mayor parte de todas las armonías con todos en uno solo de sus períodos, que no es más amplio de tres meses. La Tierra, por el contrario, y mucho más Venus por causa de lo angosto de sus propios intervalos, ven restringidas a una visible

poquedad sus armonías no solo con los demás, sino sobre todo entre ellas. Que si deben tres concertarse en una armonía, se habrá de esperar muchos períodos; y aun así son muchas las armonías, de suerte que acontezcan tanto más fácilmente cuanto su vecina más próxima las siga: y vense a menudo ocurrir triples entre Marte, la Tierra y Mercurio; armonías de cuatro planetas, empero, comienzan ya a estar dispersas por siglos; de cinco, por miríadas. Pero que todos los seis concuerden [296], eso está separado por larguísimos evos, y no sé si sea del todo imposible que vuelva a acontecer por revoluciones exactas; y más puede ser que señalara el principio de un Tiempo del que manara toda edad del mundo.

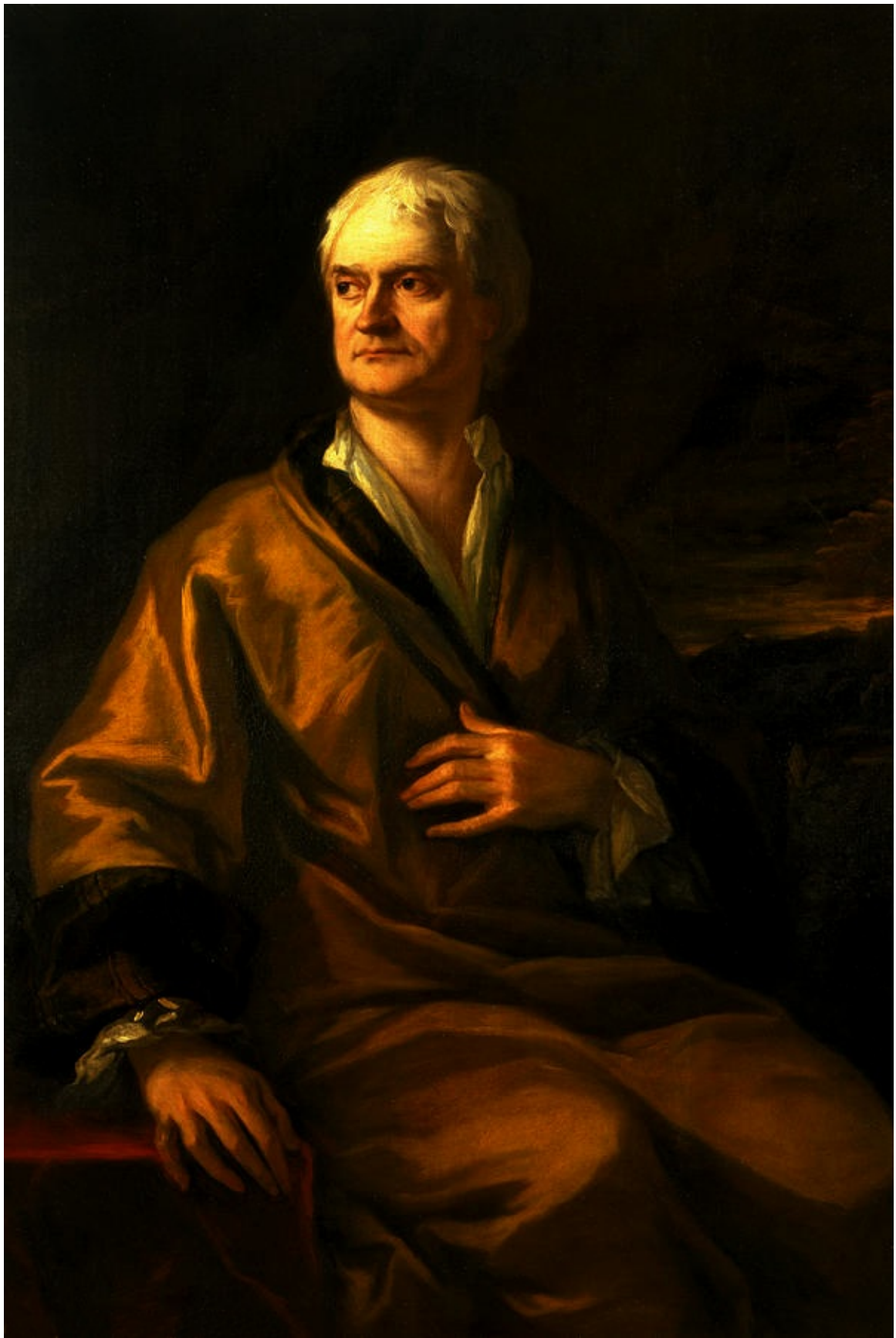
Que si una sola armonía séxtuple puede acontecer, o entre muchas una señalada, esa sin duda puede tenerse por signo de la Creación. Ha de inquirirse, pues, en qué y cuántas formas redúcense los movimientos de todos los seis planetas a una común armonía. Método de tal inquisición es este con el que comenzamos por la Tierra y Venus; que forman estos no más de dos consonancias y por medio de brevísimas intensificaciones de movimientos (en lo que se contiene la causa de tal circunstancia).

Vamos, pues, y fijemos dos a manera de esqueletos de armonías, cada uno contenido entre dos números extremos (que señalan sus términos a los tonos), e inquiramos qué coincide con ellos en la variedad de movimientos otorgados a cada planeta.



Frontispicio de la *Practica Musicae* de Franchino Gafori (Milán, 1496).

\* \* \*



# Isaac Newton (1643-1727)

## VIDA Y OBRA

El 5 de febrero de 1676, Isaac Newton escribió una carta a su más acérrimo enemigo, Robert Hooke, que contenía la frase: «Si he logrado ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes». Presentada a menudo como un homenaje a los descubrimientos científicos de sus predecesores Copérnico, Galileo y Kepler, esta frase se ha convertido en una de las más citadas de la historia de la ciencia. En efecto, Newton reconoció las contribuciones de aquellos hombres, algunas veces en público y otras en escritos privados. Pero en su carta a Hooke, Newton se refería a las teorías ópticas, especialmente al estudio de los fenómenos de las láminas finas, a los que Hooke y René Descartes habían aportado importantes contribuciones.

Algunos estudiosos han interpretado la frase como un velado insulto a Hooke, cuya postura encorvada y su baja estatura le hacían bien diferente de un gigante, especialmente a los ojos de alguien tan rencoroso como Newton. Aun así, y a pesar de sus disputas, Newton parecía reconocer humildemente la valiosa investigación en óptica de Hooke y de Descartes, adoptando un tono conciliador al final de la carta.

Isaac Newton es considerado el padre del estudio del cálculo infinitesimal, la mecánica y el movimiento planetario, y de la teoría de la luz y del color. Pero se aseguró un lugar en la historia al formular la fuerza de la gravitación y definir las leyes del movimiento y de la atracción en su obra cumbre *Principios matemáticos de la filosofía natural* (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*), conocida generalmente como los *Principia*. En ella, fundió las contribuciones científicas de Copérnico, Galileo, Kepler y otros en una gran sinfonía dinámica. Los *Principia*, el primer libro de física teórica, es unánimemente considerado como la obra más importante de la historia de la ciencia y el fundamento científico de la moderna visión del mundo.

Newton escribió los tres libros que forman los *Principia* en tan solo dieciocho meses y, sorprendentemente, entre graves crisis emocionales, como

las debidas a su competición con Hooke. Su rencor llegó a tales extremos, que suprimió del libro todas las referencias a Hooke, aunque no podemos descartar que el odio hacia su colega hubiera sido una de las fuentes de inspiración de los *Principia*.

La más ligera crítica de su libro, aunque fuera envuelta en abundantes elogios, sumía a Newton en sombríos ensimismamientos durante meses o años. Este rasgo de su carácter se reveló muy tempranamente en su vida, y muchos se han preguntado cuántas preguntas más podría haber contestado de no haberse obsesionado con rencillas personales. Otros han especulado, en cambio, que sus descubrimientos y éxitos científicos podrían deberse en parte a sus rencorosas obsesiones y que quizá no habrían sido posibles si hubiera sido menos arrogante.



Frontispicio de un libro del jesuita italiano Giovanni-Battista Riccioli, que refutaba la teoría copernicana tras el juicio de Galileo.

La astronomía sopesa los modelos de Copérnico y Riccioli y concluye que el modelo de Riccioli es el mejor. Este era todavía el punto de vista oficial en la época que vio nacer a Newton.

Ya desde pequeño, Newton se planteó preguntas que siempre habían intrigado a la humanidad, y se propuso contestar tantas como pudiera. Era el inicio de una vida llena de descubrimientos, a pesar de unos primeros pasos angustiosos. Isaac Newton nació el día de Navidad de 1642, el mismo año de la muerte de Galileo, en la ciudad inglesa industrial de Woolsthorpe, en el Lincolnshire. Su madre no tenía muchas esperanzas de que sobreviviera, ya que nació muy prematuro; años más tarde, él mismo diría que al nacer era tan menudo que habría cabido en un pote de un cuarto de galón. Su padre, también llamado Isaac, había muerto tres meses antes, y cuando Newton cumplió dos años, su madre, Hannah Ayscough, se volvió a casar, ahora con Barnabas Smith, un rico clérigo de North Witham.

Parece que en la nueva familia Smith no había sitio para el joven Newton, que fue confiado al cuidado de su abuela, Margery Ayscough. El espectro de este abandono, junto con la tragedia de no haber conocido a su padre, persiguió a Newton el resto de sus días. Despreciaba a su padrastro; en anotaciones de su diario en 1662, Newton, examinando sus pecados, recordó «haber amenazado a mi padre y mi madre Smith con quemarles a ellos y la casa».



Newton a la edad de doce años.

Tal como su período adulto, la niñez de Newton estuvo llena de violentas explosiones de rencor, no solamente contra supuestos enemigos, sino también contra amigos y familiares. También manifestó muy tempranamente el tipo de curiosidad que definiría los grandes éxitos de su vida, interesándose en modelos mecánicos y en dibujo arquitectónico.

Newton pasó incontables horas construyendo relojes, cometas llameantes, relojes de sol y molinos en miniatura (movidos por ratoncitos), además de dibujar detallados esbozos de animales y barcos. A los cinco años asistió a la escuela en Skillington y Stoke, pero fue considerado uno de los peores estudiantes, siendo calificado en los informes de los profesores como «distráido» y «vago». A pesar de su curiosidad y su demostrada pasión por aprender, no consiguió aplicarse a las tareas escolares.

Al cumplir Newton los diez años, Barnabas Smith murió y Hannah heredó una considerable suma. Isaac y su abuela empezaron a vivir con Hannah, un hermanastro y dos hermanastras. Como el rendimiento de Newton en la escuela era tan precario, Hannah decidió que sería mejor que trabajara en la granja, y lo sacó de la escuela gratuita de gramática de Grantham. Desgraciadamente para ella, Newton tenía aún menos aptitudes o interés para llevar la propiedad de la familia que el que tenía por los deberes escolares. El hermano de Hannah, William, que era clérigo, decidió que sería mejor para la familia que el distraído Isaac volviera a la escuela para terminar su educación.

Esta vez, Newton vivió con el director de la escuela libre de gramática, John Stokes, cosa que supuso un cambio de rumbo en educación. Se dice que, de alguna manera, un golpe en la cabeza que le propinó un matón del patio le iluminó, y le permitió corregir el rumbo negativo de sus perspectivas escolares. Mostrando ahora aptitudes intelectuales y curiosidad, Newton

empezó a prepararse para proseguir los estudios en una universidad. Decidió ir al Trinity College, el *alma mater* de su tío William, en la Universidad de Cambridge.



Caricatura a propósito de la historia según la cual Newton descubrió la gravedad cuando una manzana que cayó de un árbol le golpeó en la cabeza.

En Trinity, Newton recibía una ayuda para pagar el coste de su educación a cambio de hacer diversos trabajos, como servir las mesas y limpiar habitaciones para la facultad. Pero en 1664 fue admitido como becario, lo que le garantizó apoyo económico y le permitió liberarse de las tareas domésticas. Cuando la universidad cerró a causa de la epidemia de fiebre bubónica en 1665, Newton se retiró al Lincolnshire. En los dieciocho meses que pasó en casa durante la epidemia se dedicó por su cuenta a la mecánica y las matemáticas, y empezó a concentrarse en óptica y gravitación. Este «*annus mirabilis*» («año milagroso»), como Newton lo llamó, fue uno de los períodos más productivos y fértiles de su vida. Es en esta época, cuenta la leyenda, cuando le cayó una manzana sobre la cabeza, despertándole de una siesta bajo un árbol y espoleándole a definir las leyes de la gravitación. Por inverosímil que resulte la historia, el mismo Newton escribió que la caída de una manzana había «ocasionado» su irrupción en el estudio de la gravitación, y se cree que fue entonces cuando realizó sus experimentos con péndulos. «Estaba en la flor de mi vida de investigador —recordó Newton años después— y las

matemáticas y la filosofía me apasionaban como nunca lo han hecho desde entonces». A su regreso a Cambridge, Newton estudió la filosofía de Aristóteles y de Descartes, así como la ciencia de Thomas Hobbes y de Robert Boyle. Quedó cautivado por la mecánica de Copérnico y la astronomía de Galileo, además de la óptica de Kepler. Más o menos en esta época empezó sus experimentos con prismas sobre refracción y dispersión de la luz, posiblemente en su habitación del Trinity o en casa, en Woolsthorpe. Un acontecimiento en la universidad ejerció una profunda influencia sobre el futuro de Newton: la llegada de Isaac Barrow, que había sido nombrado profesor Lucasiano de matemáticas. Barrow reconoció las extraordinarias aptitudes matemáticas de Newton, y cuando dimitió de su cátedra en 1669 para dedicarse a la teología recomendó como sucesor en la cátedra al joven Newton, de veintisiete años.



Newton llevando a cabo sus experimentos con un prisma en su habitación del Trinity College.

Los primeros estudios de Newton como profesor Lucasiano se centraron en el campo de la óptica. Se propuso demostrar que la luz blanca está

compuesta por una mezcla de varios tipos de luz, cada uno de los cuales produce un color diferente del espectro al ser refractada en un prisma. Su serie de experimentos elaborados y precisos para demostrar que la luz está compuesta por partículas diminutas despertaron la ira de científicos como Hooke, que afirmaba que la luz viajaba en ondas. Hooke retó a Newton a presentar más pruebas de sus excéntricas teorías ópticas. La manera de responder de Newton fue característica (una manera que no dejó ni cuando maduró): se retiró, se propuso humillar a Hooke siempre que pudiera, y rehusó publicar su libro, *Opticks*, hasta que este muriera, cosa que ocurrió en 1703.

Al principio, en su cargo de profesor Lucasiano, Newton había hecho grandes progresos en sus estudios de matemáticas puras, pero compartía su trabajo con muy pocos de sus colegas. Ya en 1666 había descubierto métodos generales de resolver problemas de curvatura; lo que él denominó «teorías de fluxiones y fluxiones inversas». Este descubrimiento provocó una agria disputa con los partidarios del matemático y filósofo alemán Gottfried Wilhelm Leibniz, que más de una década después publicó sus descubrimientos sobre cálculo diferencial e integral. Ambos investigadores llegaron aproximadamente a los mismos principios matemáticos, pero Leibniz publicó sus trabajos antes que Newton. Los partidarios de este acusaban a Leibniz de haber visto los papeles del profesor Lucasiano unos años antes, y el apasionado debate entre las dos facciones, conocido como disputa de la prioridad del cálculo, no concluyó hasta la muerte de Leibniz, en 1716. Los malignos ataques de Newton, que a menudo se ampliaban hasta tocar las teorías sobre Dios y el universo, así como las acusaciones de plagio, amargaron y empobrecieron a Leibniz.

La mayoría de los historiadores de la ciencia creen que, de hecho, los dos llegaron independientemente a sus ideas, y que la discusión carecía de sentido. Los vitriólicos ataques de Newton contra Leibniz también cobraron al primero un peaje emocional y físico. Pronto se encontró envuelto en otra batalla, esta vez sobre su teoría de los colores y contra los jesuitas ingleses, y en 1678 sufrió una grave crisis mental. Al año siguiente, su madre, Hannah, murió y Newton empezó a distanciarse de los demás. Se dedicó secretamente a la alquimia, un campo que ya en aquella época era ampliamente considerado como estéril. Este episodio de la vida de Newton ha sido motivo de perplejidad para muchos de sus estudiosos. Solo mucho después de su muerte se comprendió que su interés por los experimentos químicos estaba

relacionado con sus investigaciones posteriores en mecánica celeste y gravitación.

Newton ya había empezado a proponer teorías del movimiento hacia 1666, pero todavía no era capaz de explicar adecuadamente la mecánica del movimiento circular. Unos cincuenta años antes, el matemático y astrónomo alemán Johannes Kepler había propuesto tres leyes del movimiento planetario, que describían con precisión cómo se mueven los planetas respecto al Sol, pero no conseguía explicar por qué los planetas se movían como se movían. Lo más que se acercó Kepler a la comprensión de las fuerzas implicadas fue decir que el Sol y los planetas estaban relacionados «magnéticamente».



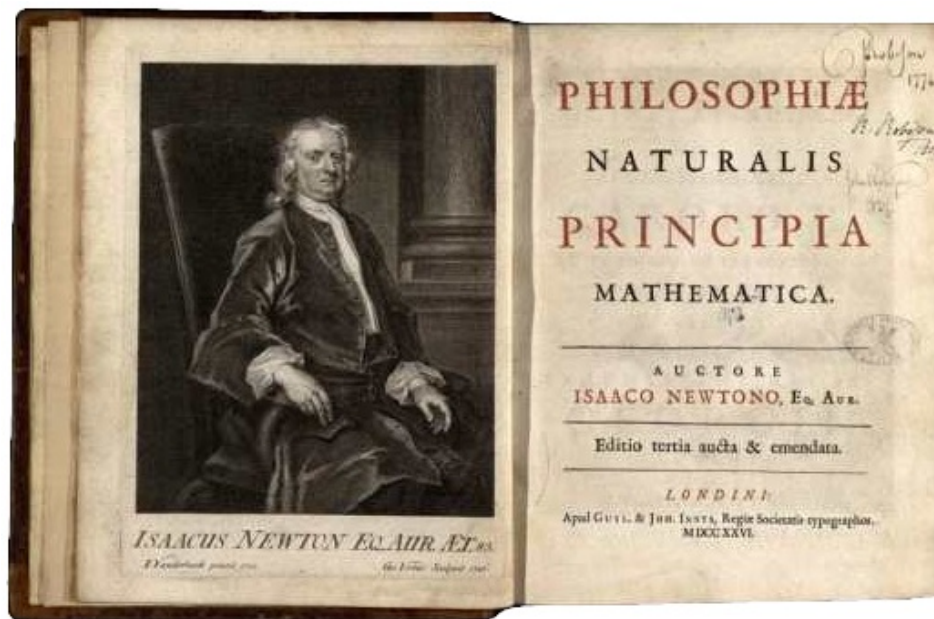
La diosa Artemisa sosteniendo una imagen de Newton.

Newton se propuso descubrir la causa de que las órbitas de los planetas fueran elípticas. Aplicando su propia ley de la fuerza centrífuga a la tercera ley de Kepler del movimiento planetario (la ley de las armonías) dedujo la ley del inverso de los cuadrados, que establece que la fuerza de la gravedad entre dos objetos cualesquiera es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre los centros de los objetos. Newton reconocía así que la gravitación es universal: que una sola fuerza, la misma fuerza, hace que una manzana caiga al suelo y que la Luna gire alrededor de la Tierra. Entonces se propuso contrastar la relación del inverso de los cuadrados con los datos conocidos. Aceptó la estimación de Galileo de que la Luna dista de la Tierra unos sesenta radios terrestres, pero la imprecisión de su propia estimación del diámetro de la Tierra le impidió completar esta prueba satisfactoriamente. Irónicamente, fue un intercambio epistolar en 1679 con su antiguo adversario Hooke lo que renovó su interés en este problema. Esta vez dedicó su atención a la segunda ley de Kepler, la ley de la igualdad de las áreas, que Newton pudo demostrar a partir de la fuerza centrífuga. Hooke, sin embargo, estaba intentando explicar las órbitas planetarias, y algunas de sus cartas sobre este tema resultaron de particular interés para Newton.



Newton según un grabado en color de William Blake (1795).

En un crucial encuentro en 1684, tres miembros de la Royal Society, Robert Hooke, Edmond Halley y Christopher Wren, el célebre arquitecto de la catedral de San Pablo en Londres, se enzarzaron en un acalorado debate sobre la relación del inverso de los cuadrados que regía el movimiento de los planetas. A comienzos de la década de 1670, las discusiones mantenidas en los cafés de Londres y otros cenáculos intelectuales sostenían que la gravedad emanaba del Sol en todas direcciones y disminuía con un ritmo inverso al cuadrado de la distancia, diluyéndose más y más a medida que aumentaba la superficie de la esfera. El encuentro de 1684 fue, en efecto, el nacimiento de los *Principia*. Hooke declaró que había deducido la ley de Kepler de las elipses a partir de la idea de que la gravedad era una fuerza de emanación, pero que no desvelaría su deducción a Halley ni Wren hasta que estuviera a punto de hacerla pública. Furioso, Halley fue a Cambridge, contó a Newton las pretensiones de Hooke y le planteó el siguiente problema: «¿Cuál sería la forma de la órbita de un planeta alrededor del Sol si fuera atraído hacia este por una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia?». La respuesta de Newton fue asombrosa: «Sería una elipse», respondió inmediatamente, y contó a Halley que había resuelto el problema cuatro años antes, pero que había extraviado la demostración en su despacho.



Los *Principia* de Newton.

A petición de Halley, Newton pasó tres meses rehaciendo y mejorando la demostración. Entonces, en una explosión de energía sostenida durante dieciocho meses, durante los cuales se absorbía tanto en su trabajo que a menudo se olvidaba de comer, fue desarrollando estas ideas hasta que su presentación llenó tres volúmenes. Newton decidió titular su obra *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, en deliberado contraste con los *Principia Philosophiæ* de Descartes. Los tres libros de los *Principia* de Newton proporcionaron el nexo entre las leyes de Kepler y el mundo físico. Halley reaccionó con «estupefacción y entusiasmo» ante los descubrimientos de Newton. Para Halley, el profesor Lucasiano había triunfado donde todos los demás habían fracasado, y financió personalmente la publicación de la voluminosa obra como una obra maestra y un regalo a la humanidad.

Donde Galileo había mostrado que los objetos eran «estirados» hacia el centro de la Tierra, Newton consiguió demostrar que esta misma fuerza, la gravedad, afectaba las órbitas de los planetas. También estaba familiarizado con el trabajo de Galileo sobre el movimiento de proyectiles, y dijo que el movimiento de la órbita de la Luna alrededor de la Tierra obedecía también a los mismos principios. Newton demostró que la gravedad explicaba y predecía los movimientos de la Luna, así como la subida y bajada de las mareas en la Tierra. El libro primero de los *Principia* abarca las tres leyes de Newton del movimiento:

1. *Todo cuerpo sigue en su estado de reposo o de movimiento uniforme rectilíneo, salvo que sea obligado a cambiar dicho estado por fuerzas aplicadas.*
2. *El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza que actúa sobre el cuerpo; y tiene lugar en la dirección en que se aplica la fuerza.*
3. *A cada acción se le opone una reacción igual; o, las acciones mutuas entre dos cuerpos siempre son iguales, y dirigidas en sentidos opuestos.*

El libro segundo empezó como una prolongación del libro primero; no estaba incluido en el plan original de la obra. Es esencialmente un tratado sobre la mecánica de fluidos, y permitió a Newton exhibir su talento matemático. Hacia el final del libro, Newton concluyó que los vórtices invocados por Descartes para explicar los movimientos de los planetas no resisten un análisis detallado, ya que los movimientos se pueden realizar en un espacio libre y sin vórtices. Por qué es así, escribió Newton, «puede ser comprendido en el libro primero; y lo trataré más detalladamente en el libro siguiente».



Caricatura del siglo XVIII burlándose de las teorías de Newton sobre la gravedad.

En el libro tercero, subtítulo «Sobre el sistema del mundo», Newton concluía, mediante una aplicación al mundo físico de las leyes del movimiento del libro primero, que «hay una fuerza de gravitación que tiende hacia todos los cuerpos, proporcional a la cantidad de materia que contiene cada uno de ellos». Demostró entonces que su ley universal de la gravitación lograba explicar el movimiento de los seis planetas conocidos, así como los de las lunas, cometas, precesión de los equinoccios y mareas. La ley establece que dos porciones cualesquiera de materia son atraídas mutuamente con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Newton, mediante un solo conjunto de leyes, había unido la Tierra con todo lo que se podía ver en los

cielos. En las dos primeras «Reglas para filosofar» del libro tercero, Newton escribió:

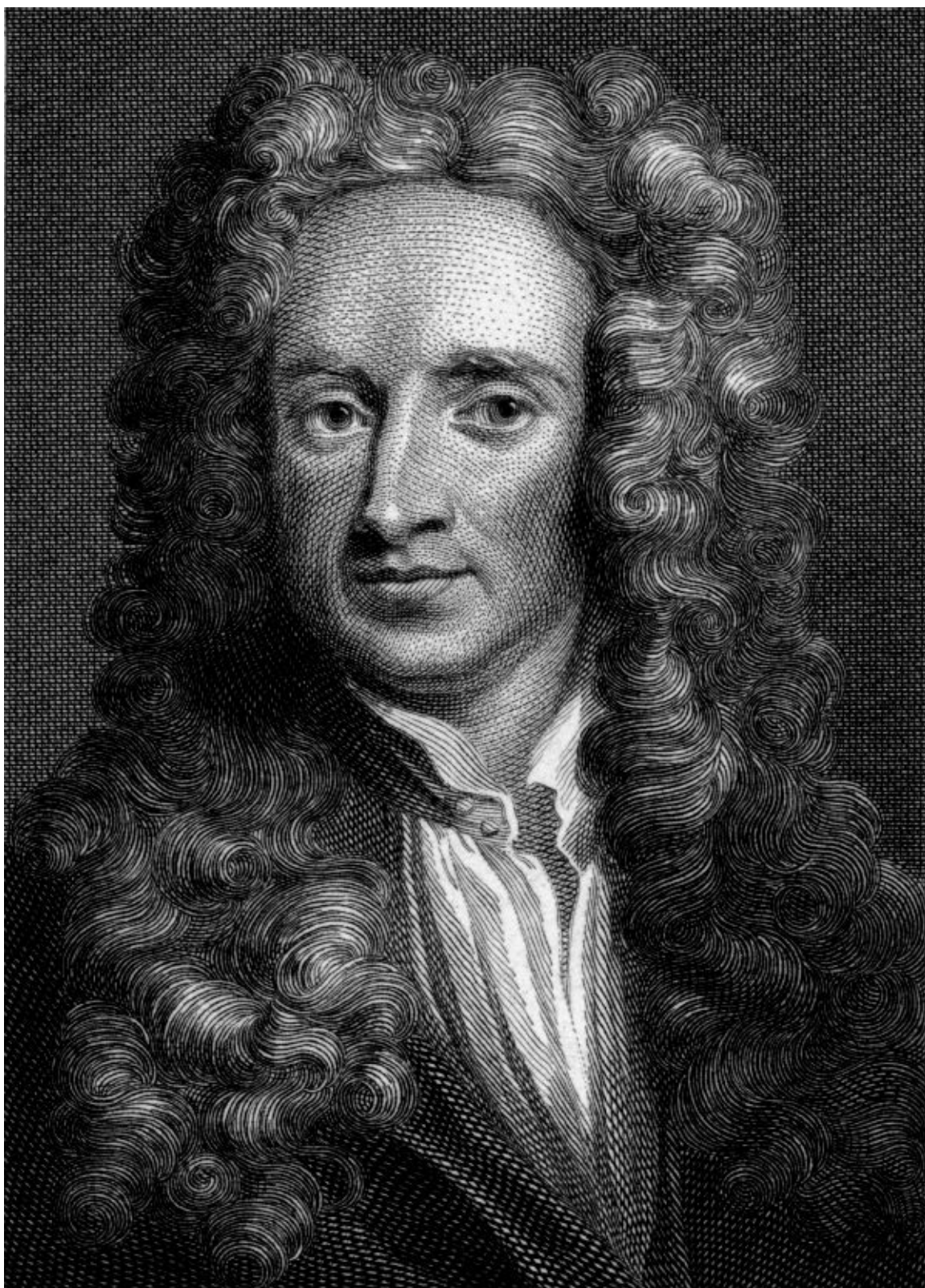
*No deben admitirse más causas de las cosas naturales que aquellas que sean verdaderas y suficientes para explicar sus fenómenos... Por ello, en tanto que sea posible, hay que asignar las mismas causas a los efectos naturales del mismo género.*

La segunda ley es la que unifica realmente el cielo y la Tierra. Un aristotélico habría afirmado que los movimientos celestes y los terrestres manifiestamente no son los mismos efectos naturales y que, por lo tanto, no se podía aplicar a ambos la segunda ley de Newton. Newton vio las cosas de otra manera.

Los *Principia* fueron celebrados con moderación al ser publicados, en 1687, pero la primera edición solo constó de unos quinientos ejemplares. Sin embargo, la némesis de Newton, Robert Hooke, había amenazado con aguar la fiesta que Newton hubiera podido disfrutar. Cuando apareció el libro segundo, Hooke afirmó públicamente que las cartas que había escrito en 1679 habían proporcionado ideas científicas vitales para los descubrimientos de Newton. Sus pretensiones, aunque dignas de atención, parecieron abominables a Newton, que juró retrasar o incluso abandonar la publicación del libro tercero. Al final, cedió y publicó el último libro de los *Principia*, no sin antes eliminar cuidadosamente cualquier mención al nombre de Hooke.

El odio que Newton sentía por Hooke le consumió durante años. En 1693, todavía sufrió otra crisis nerviosa y abandonó la investigación. Dejó de asistir a la Royal Society hasta la muerte de Hooke en 1703, y entonces fue elegido presidente y reelegido cada año hasta su propia muerte en 1727. También retrasó la publicación de *Opticks*, su importante estudio de la luz y del color, que sería su libro más leído, hasta después de la muerte de Hooke.

Newton empezó el siglo XVIII en el cargo oficial de director de la Real Casa de la Moneda, donde utilizó su experiencia en alquimia para determinar métodos para restablecer la integridad de la moneda inglesa. Como presidente de la Royal Society, continuó batallando con determinación inexorable contra sus supuestos enemigos, prolongando en particular su eterna disputa con Leibniz sobre su rivalidad acerca de la invención del cálculo. Fue nombrado caballero por la reina Ana en 1705, y vivió para ver la segunda y tercera ediciones de los *Principia*.

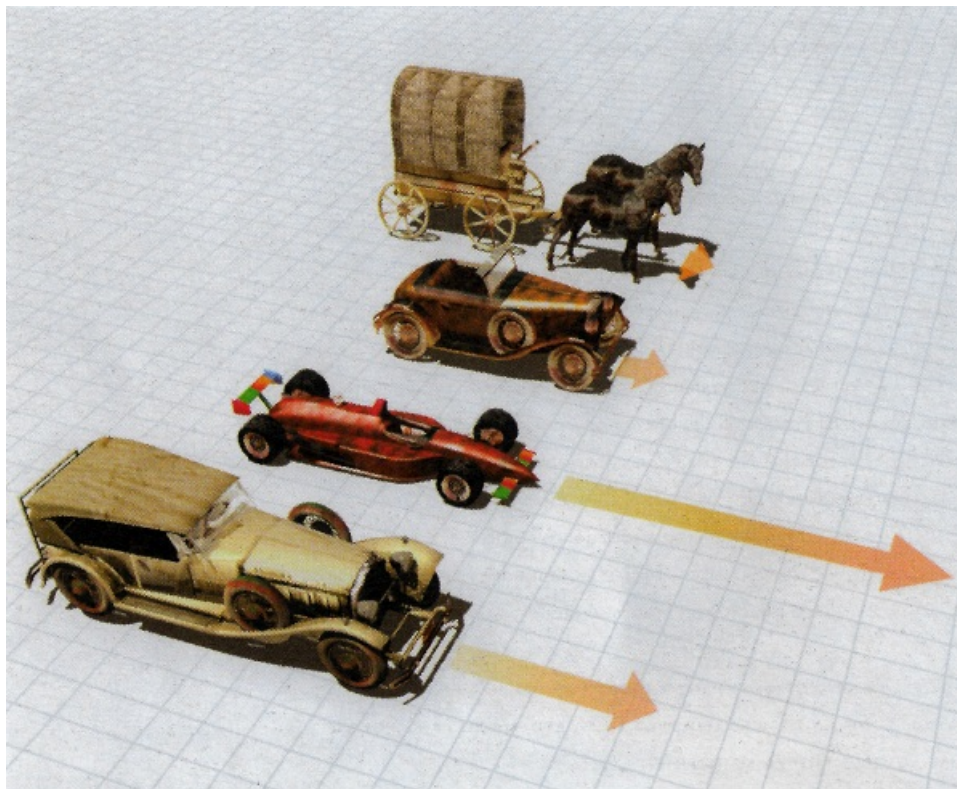


Isaac Newton murió en marzo de 1727, tras accesos de inflamación pulmonar y de gota. Tal como se había propuesto, no tuvo rival en el campo de la ciencia. Este hombre que no parece haber tenido relaciones sentimentales con ninguna mujer (algunos historiadores han especulado sobre

sus posibles relaciones con hombres, como el filósofo natural suizo Nicolás Fatio de Duillier) no puede ser acusado, sin embargo, de falta de pasión por su trabajo. El poeta Alexander Pope, contemporáneo de Newton, expresó con gran elegancia el regalo del pensador a la humanidad:

*La naturaleza y sus leyes yacían en la noche:  
Dios dijo: «¡Sea Newton!» y todo se hizo luz.*

Pese a las mezquinas disputas y la innegable arrogancia que marcaron su vida, hacia su fin Isaac Newton fue considerablemente modesto al enjuiciar sus éxitos: «No sé qué pareceré al mundo, pero tengo la impresión de haber sido tan solo como un chiquillo, jugando en la costa, divirtiéndome en buscar aquí y allá un guijarro más liso o más hermoso que de ordinario, mientras el gran océano de la verdad yacía ante mí, completamente por descubrir».



La segunda ley de Newton establece que un cuerpo acelerará o cambiará de velocidad a un ritmo que es proporcional a la fuerza que actúa sobre él. La aceleración es menor cuanto mayor es la masa del cuerpo. Un coche con un motor de 250 caballos tiene una aceleración mayor que otro de solo veinticinco. Sin embargo, la aceleración de un coche de doble peso será la mitad de la del coche más pequeño y más ligero.

# PRINCIPIOS MATEMÁTICOS DE LA FILOSOFÍA NATURAL

\* \* \*

## AXIOMAS O LEYES DEL MOVIMIENTO

**LEY I. TODO CUERPO PERSEVERA EN SU ESTADO DE REPOSO O MOVIMIENTO UNIFORME Y RECTILÍNEO A NO SER QUE SEA OBLIGADO POR FUERZAS IMPRESAS A CAMBIAR SU ESTADO.**

Los proyectiles perseveran en sus movimientos a no ser en cuanto son retardados por la resistencia del aire y son empujados hacia abajo por la gravedad. Una rueda, cuyas partes en cohesión continuamente se retraen de los movimientos rectilíneos, no cesa de dar vueltas sino en tanto en que el aire la frena. Los cuerpos más grandes de los cometas y de los planetas conservan por más tiempo sus movimientos, tanto de avance como de rotación, realizados en espacios menos resistentes.

**LEY II. EL CAMBIO DE MOVIMIENTO ES PROPORCIONAL A LA FUERZA MOTRIZ IMPRESA Y OCURRE SEGÚN LA LÍNEA RECTA A LO LARGO DE LA CUAL AQUELLA FUERZA SE IMPRIME.**

Si una fuerza cualquiera produce un movimiento dado, doblada producirá el doble y triplicada el triple, tanto si se aplica de una sola vez como si se aplica gradual y sucesivamente. Este movimiento (dado que se determina siempre en la misma dirección que la fuerza motriz) si el cuerpo se movía antes, o bien se añade sumándose a él, o se resta si es contrario, o se añade oblicuamente, si es oblicuo, y se compone con él según ambas determinaciones.

**LEY III. CON TODA ACCIÓN OCURRE SIEMPRE UNA REACCIÓN IGUAL Y CONTRARIA: O SEA, LAS ACCIONES MUTUAS DE DOS CUERPOS SIEMPRE SON IGUALES Y DIRIGIDAS EN DIRECCIONES OPUESTAS.**

El que empuja o atrae a otro es empujado o atraído por el otro en la misma medida. Si alguien oprime una piedra con el dedo, también su dedo es oprimido por la piedra. Si un caballo arrastra una piedra atada con una soga, el caballo es retroarrastrado (por así decirlo) igualmente, pues la soga estirada en ambas direcciones y con el propio impulso de contraerse tirará del caballo hacia la piedra y de la piedra hacia el caballo y tanto se opondrá al progreso de uno cuanto ayude al avance del otro. Si un cuerpo cualquiera golpeando sobre otro cuerpo cambiara el movimiento de este de algún modo con su propia fuerza, él mismo a la vez sufrirá el mismo cambio en su propio movimiento y en sentido contrario por la fuerza del otro cuerpo (por la igualdad de la presión mutua). A tales acciones son iguales los cambios de movimientos, no de velocidades, y siempre que se trate de cuerpos no fijados por otra parte. Igualmente los cambios de velocidad en sentido contrario, puesto que los movimientos cambian igualmente, son inversamente proporcionales a los cuerpos. Se cumple esta ley también para las atracciones como se comprobará en un escolio próximo.

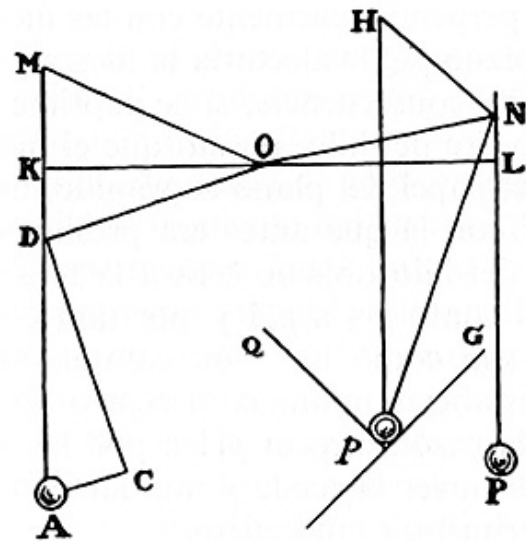
**COROLARIO I. UN CUERPO RECORRE LA DIAGONAL DE UN PARALELOGRAMO BAJO DOS FUERZAS CONJUNTAS EN EL MISMO TIEMPO EN QUE RECORRERÍA LOS DOS LADOS BAJO LAS DOS ACCIONES POR SEPARADO.**

Si un cuerpo, en un tiempo dado, con la sola fuerza  $M$  impresa en el punto  $A$  es transportado con movimiento uniforme de  $A$  a  $B$  y con la sola fuerza  $N$  impresa en el mismo punto es transportado de  $A$  a  $C$ , complétese el paralelogramo  $ABCD$  y con ambas fuerzas el cuerpo será transportado en el mismo tiempo en diagonal de  $A$  a  $D$ . Porque, puesto que la fuerza actúa según la línea  $AC$  paralela a  $BD$ , esta fuerza, por la ley II, en nada modificará la velocidad de acercamiento a la línea  $BD$  generada por otra fuerza. Por tanto, un cuerpo llegará en el mismo tiempo hasta la línea  $BD$ , tanto si se imprime la fuerza  $N$  como si no se imprime; por tanto, al cabo de tal tiempo se hallará al cuerpo en algún lugar de la línea  $BD$ . Por la misma razón al final de dicho tiempo se hallará en algún punto en la línea  $CD$  y, por tanto, es necesario encontrarla en la unión  $D$  de ambas líneas al cabo del mismo tiempo. Seguirá, pues, un movimiento rectilíneo de  $A$  a  $D$  por la ley I.

**COROLARIO II. ASÍ SE EVIDENCIA LA COMPOSICIÓN DE LA FUERZA DIRECTA  $AD$  DE LAS FUERZAS OBLICUAS  $AB$  Y  $CD$ , Y A LA VEZ LA RESOLUCIÓN DE CUALQUIER FUERZA DIRECTA COMO  $AD$  EN FUERZAS OBLICUAS COMO  $AB$  Y  $CD$ . TALES**

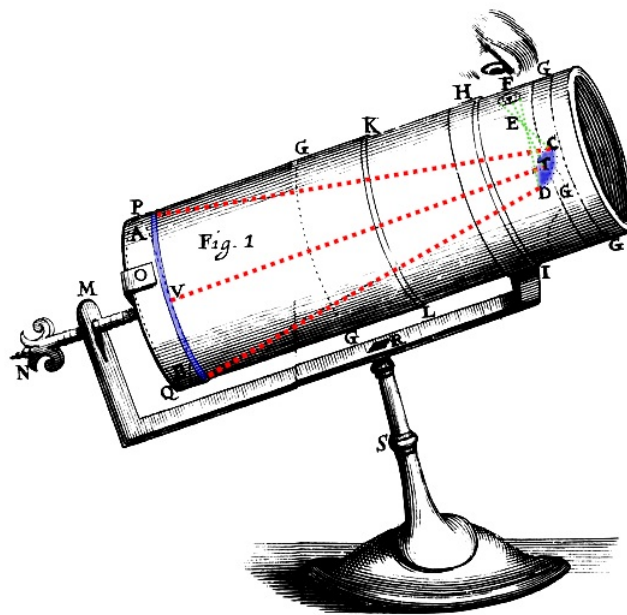
## COMPOSICIÓN Y RESOLUCIÓN SE CONFIRMAN AMPLIAMENTE POR LA MECÁNICA.

Supongamos los radios desiguales  $OM$  y  $ON$  que parten del centro  $O$  de una rueda y sostienen los pesos  $A$  y  $P$  mediante los hilos  $MA$  y  $NP$  y se trata de hallar las fuerzas de los pesos para mover la rueda: trácese la recta  $KOL$  por el centro  $O$ , que corte perpendicularmente los hilos en  $K$  y en  $L$ . Trácese un círculo con centro en  $O$  y con la distancia mayor  $OL$  de las de los intervalos  $OK$  y  $OL$ , círculo que cortará al hilo  $MA$  en  $D$ ; y que sean  $AC$  paralela a la recta trazada  $OD$ , y  $DC$  perpendicular.



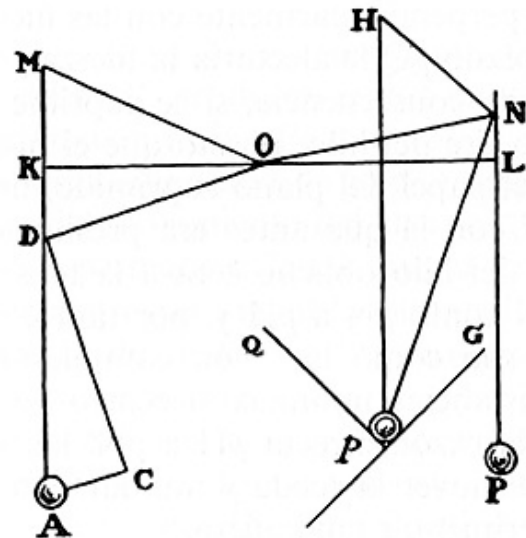
Puesto que nada importa si los extremos de los hilos están fijos o no al plano de la rueda en  $K$ ,  $L$  y  $D$ , los pesos tendrán el mismo valor si se suspenden de los puntos  $K$  y  $L$  o  $D$  y  $L$ . Exprésese ahora toda la fuerza del peso  $A$  por la longitud de toda la línea  $AD$  y esta se resolverá en las fuerzas  $AC$  y  $CD$  de las cuales  $AC$ , atrayendo el radio  $OD$  directamente hacia el centro, en nada influye para mover la rueda; mientras la otra fuerza  $DC$ , atrayendo el radio  $DO$  perpendicularmente, equivale a atraer perpendicularmente al radio  $OL$  igual al propio  $OD$ ; esto es, igual al peso  $P$ , dado que dicho peso es al peso  $A$  como la fuerza  $DC$  a la fuerza  $DA$ , es decir (por la semejanza de los triángulos  $ADC$ ,  $DOK$ ) como  $OK$  a  $OD$  o a  $OL$ . Por tanto, los pesos  $A$  y  $P$ , que son inversamente como los radios  $OK$  y  $OL$ , puesto uno a continuación de otro, tendrán el mismo valor y permanecerán en equilibrio, lo que es una propiedad conocida en la balanza, en la palanca y en la polea. Si el peso de uno de los dos es mayor que el del otro, según esta razón su fuerza para mover la rueda será tanto mayor.

Puesto que si el peso  $p$  igual a  $P$  se suspende parcialmente de un hilo  $Np$  y de otra parte se apoya en el plano oblicuo  $pG$  y se trazan  $pH$  y  $NH$ , la primera perpendicular a la horizontal y la segunda perpendicular al plano  $pG$ , la fuerza del peso  $p$  hacia abajo puede representarse por la línea  $pH$  y puede resolverse en las fuerzas  $pN$ ,  $HN$ . Si un plano  $pQ$  fuese perpendicular al hilo  $pN$  cortando al plano  $pG$  según una línea paralela al horizonte y el peso  $p$  solamente reposara sobre estos planos  $pQ$ ,  $pG$  presionará a estos planos perpendicularmente con las fuerzas  $pN$ ,  $HN$ ; de tal modo que al plano  $pQ$  le

[illegible]

El peso  $p$ , por otra parte, al caer sobre dichos dos planos oblicuos tiene el carácter de cuña entre las dos caras internas de un cuerpo hendido y de este modo se ponen de manifiesto las fuerzas de la cuña y del mazo: así ocurre que la fuerza con la que el peso  $p$  presiona

al plano  $pQ$  es a la fuerza con que él mismo es empujado contra los planos según la línea  $pH$  por la gravedad o por el golpe del mazo, como  $pN$  a  $pH$ , y a la fuerza con que presiona al otro plano  $pG$ , como  $pN$  a  $NH$ . Incluso se deduce de aquí, por pura división semejante de fuerzas, la fuerza del tornillo sin fin, salvo que la cuña es empujada por una palanca. La utilización de este corolario es muy clara y pone de manifiesto su verdad, al depender de lo dicho toda la



mecánica demostrada por los autores de diversos modos. Fácilmente también se derivan de lo dicho las fuerzas de las máquinas que suelen hacerse con ruedas, tornos, poleas, palancas, correas y pesas que suben directa u oblicuamente u otras energías mecánicas, tales como las fuerzas de los tendones para mover los esqueletos de los animales.

### **COROLARIO III. LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO QUE SE OBTIENE TOMANDO LA SUMA DE LOS MOVIMIENTOS HECHOS EN UNA DIRECCIÓN Y LA DIFERENCIA DE LOS REALIZADOS EN SENTIDO CONTRARIO, NO CAMBIA POR LA ACCIÓN DE LOS CUERPOS ENTRE SÍ.**

Puesto que una acción y su reacción contraria son iguales por la ley III y, por la ley II, producen en los movimientos cambios iguales en dirección contraria. Por tanto, si los movimientos ocurren hacia la misma dirección, lo que se añade al cuerpo que se separa se detrae del movimiento del cuerpo que le sigue, de tal modo que la suma permanece igual que al principio. Y si los cuerpos van al encuentro será igual la cantidad detraída de cada móvil y, por ende, la diferencia de los movimientos en sentido opuesto permanecerá constante.

Así, si un cuerpo esférico A es el triple mayor que un cuerpo esférico B, y tiene dos unidades de velocidad, y B le sigue en la misma recta con diez unidades de velocidad y, por tanto, el movimiento total de A será con respecto a B como seis a diez: supongamos que tienen seis y diez unidades de movimiento, la suma total será de dieciséis unidades. Por tanto, en el encuentro de ambos si el cuerpo A obtiene tres o cuatro o cinco unidades, el

cuerpo B pierde otras tantas y saldrá el cuerpo A después del choque con nueve, diez u once unidades y el cuerpo B con siete, seis o cinco, permaneciendo siempre la suma total de dieciséis como al principio. Si el cuerpo A obtuviese nueve o diez u once o doce unidades y, por ende, después del choque sale con quince o dieciséis o diecisiete o dieciocho, el cuerpo B al perder tantas unidades como aumenta A, o bien sale con una unidad al haber perdido otras nueve, o bien reposa al haber perdido sus diez unidades de movimiento, o bien regresa al haber perdido su movimiento (por así decirlo) con una parte más, o bien regresa con dos unidades por haber perdido doce unidades de movimiento hacia adelante. Así las sumas de los movimientos concurrentes  $15 + 1$  o  $16 + 0$  y las diferencias de los contrarios  $17 - 1$  y  $18 - 2$  siempre darán dieciséis unidades de movimiento como antes del choque y la reflexión. Conocidos, por tanto, los movimientos con que salen los cuerpos después del choque se halla la velocidad de cualquiera de ellos suponiendo que es a la velocidad anterior al choque como el movimiento posterior es al anterior. Como en el ejemplo anterior, donde el movimiento del cuerpo A era de seis unidades antes del choque y de dieciocho después y la velocidad de dos unidades antes del choque: se hallará que su velocidad será de seis después del choque, diciendo que el movimiento de seis unidades es al movimiento de dieciocho unidades después del choque como la velocidad de dos unidades antes del choque es a seis unidades después del choque.

Porque si se trata de cuerpos no esféricos o que se mueven según rectas distintas que se inciden oblicuamente y se pregunta por sus movimientos después del choque, hay que conocer la situación del plano en el que concurren los cuerpos en el punto de reunión; después (por el corolario II) hay que distinguir en dos los movimientos de cada cuerpo, uno perpendicular a ese plano y otro paralelo al mismo; los movimientos paralelos, dado que los cuerpos actúan entre sí mutuamente según una línea perpendicular a dicho plano, han de conservarse idénticos antes y después de la reflexión. Y a los movimientos perpendiculares hay que atribuirles cambios iguales en sentido contrario, de tal modo que la suma de los movimientos concurrentes y la diferencia de los contrarios permanezca igual que antes. De tales choques suelen originarse también movimientos circulares de los cuerpos en torno a su centro, pero no consideraré en lo que sigue estos casos, ya que sería demasiado prolijo demostrar todo lo relativo a estas cuestiones.

**COROLARIO IV. EL CENTRO COMÚN DE GRAVEDAD DE DOS O MÁS CUERPOS NO CAMBIA SU ESTADO DE MOVIMIENTO O REPOSO POR LAS ACCIONES DE LOS CUERPOS ENTRE SÍ; POR**

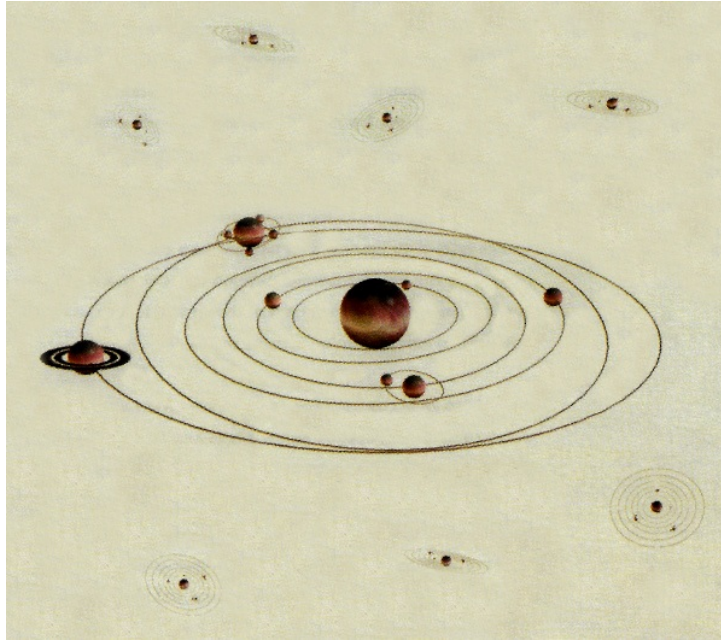
**TANTO, EL CENTRO DE GRAVEDAD COMÚN DE LOS CUERPOS EN INTERACCIÓN (EXCLUIDAS LAS ACCIONES O IMPEDIMENTOS EXTERNOS) O REPOSA O SE MUEVE UNIFORMEMENTE EN LÍNEA RECTA.**

Pues si los puntos se mueven con movimiento uniforme en línea recta, y la distancia entre ellos se divide según una razón dada, el punto de división o reposa o se mueve uniformemente en línea recta. Después en el lema XXIII y en su corolario se demostrará esto, si el movimiento de los puntos ocurre en el mismo plano; del mismo modo se puede demostrar si tales movimientos no ocurren en el mismo plano. Luego si cualesquiera cuerpos se mueven uniformemente en líneas rectas, el centro común de gravedad de dos cualesquiera o está en reposo o se mueve en línea recta con movimiento uniforme; ello por el hecho de que la línea que une los centros de los cuerpos que se mueven uniformemente en línea recta es dividida según una determinada razón desde el centro común. De modo semejante el centro común de estos dos y un tercer cuerpo cualquiera o reposa o se mueve uniformemente en línea recta y ello porque desde dicho centro se divide la distancia entre el centro común de los dos cuerpos y el centro del tercero, según una razón dada. Del mismo modo el centro común de estos tres y el de un cuarto cualquiera o reposa o se mueve uniformemente en línea recta, puesto que desde dicho centro se divide la distancia entre el centro común de los tres y el centro del cuarto según una razón dada y así hasta el infinito. Por tanto, en un sistema de cuerpos que ejercen acciones mutuamente entre sí y carecen por completo de otros influjos exteriores y, por tanto, se mueve cada uno uniformemente en una línea recta, el centro común de gravedad de todos o está en reposo o se mueve uniformemente en línea recta.

Además, en un sistema de dos cuerpos que actúan entre sí mutuamente, siendo las distancias de los centros de cada uno respecto al centro común de gravedad inversas a los cuerpos, los movimientos relativos de los propios cuerpos tanto al acercarse a dicho centro como al separarse serán iguales entre sí.

Por tanto, tal centro ni se adelanta ni se atrasa, ni sufre cambio alguno en su estado de movimiento o reposo por causa de cambios iguales de movimiento realizados en sentidos contrarios, ni tampoco por interacciones de esos cuerpos. Pero en un sistema de muchos cuerpos, dado que el centro común de gravedad de dos cuerpos cualesquiera en mutua interacción no se ve afectado en absoluto en su estado por dicha acción, y el centro común de gravedad de los demás, con los que dicha acción no tiene relación alguna,

nada sufre por ella, en cambio la distancia de estos dos centros se divide desde el centro común de todos los cuerpos en partes inversamente proporcionales a las sumas totales de los cuerpos de los que son centros; y en consecuencia, al conservar aquellos dos centros su estado de movimiento o reposo, el centro común de todos también conserva el suyo: es evidente que el centro común de todos nunca cambia su estado de movimiento o reposo por la acción de dos cuerpos entre sí. En semejante sistema, pues, todas las acciones de cuerpos entre sí, o son acciones entre dos o son compuestas de acciones entre dos cuerpos y, por tanto, nunca producen cambio en el estado de movimiento o reposo del centro común de todos. Por tanto, como aquel centro, cuando los cuerpos no se influyen mutuamente, o reposa o discurre uniforme y rectilíneamente, persevera, pues, idéntico, sin que lo impidan las acciones de los cuerpos entre sí, o siempre en reposo o siempre en movimiento uniforme y rectilíneo, a no ser que sea apartado de dicho estado por fuerzas impresas extrínsecamente al sistema. Así pues, la ley de un sistema de muchos cuerpos es la misma que la de un solo cuerpo en lo que se refiere a la permanencia en estado de movimiento o reposo, pues el movimiento progresivo, tanto de un cuerpo aislado como de un sistema de cuerpos, debe apreciarse siempre por el movimiento del centro de gravedad.



El universo según Newton.

Los principios importantes están determinados a partir de fuerzas gravitatorias que actúan sobre cuerpos de masas diversas.

Los principios que subyacen al modelo del sistema solar son válidos para otros sistemas estelares o incluso galaxias.

**COROLARIO V. LOS MOVIMIENTOS ENTRE SÍ DE LOS CUERPOS INCLUIDOS EN UN DETERMINADO ESPACIO SON LOS MISMOS, YA ESTÉ DICHO ESPACIO EN REPOSO, YA SE MUEVA RECTA Y UNIFORMEMENTE SIN MOVIMIENTO CIRCULAR.**

Pues las diferencias de los movimientos tendentes a un lado y las sumas de las tendentes al lado contrario son las mismas desde el principio en ambos casos (por hipótesis), y de tales sumas y diferencias proceden los choques y fuerzas con los que los cuerpos mutuamente se afectan. Por tanto, en virtud de la ley II, serán iguales los efectos de los choques en ambos casos; y, por tanto, los movimientos de los cuerpos permanecerán iguales entre sí en un caso a los movimientos entre sí en el otro. Esto se comprueba con un experimento clarísimo: todos los movimientos se comportan de modo igual entre sí en una nave tanto si se halla en reposo como si se halla en movimiento uniforme y rectilíneo.

**COROLARIO VI. SI LOS CUERPOS SE MOVIESEN ENTRE SÍ DE CUALQUIER MODO Y FUESEN EMPUJADOS POR FUERZAS**

## **ACELERATIVAS IGUALES SEGÚN LÍNEAS PARALELAS, TODOS ELLOS SE SEGUIRÁN MOVIENDO ENTRE SÍ DEL MISMO MODO QUE SI NO ESTUVIESEN EMPUJADOS POR TALES FUERZAS.**

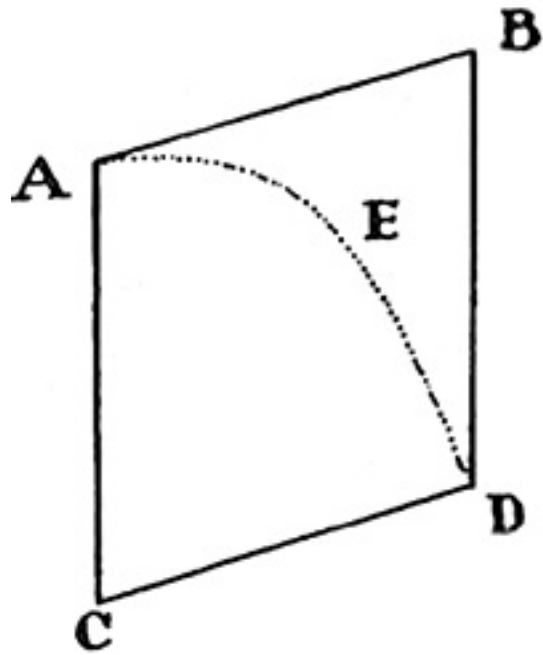
Pues al actuar tales fuerzas de modo igual (según las magnitudes de los cuerpos a mover) y según líneas paralelas, todos los dichos cuerpos se moverán igual (en cuanto a la velocidad) en virtud de la ley II y, por tanto, nunca cambiarán sus posiciones y movimientos entre sí.

### **ESCOLIO.**

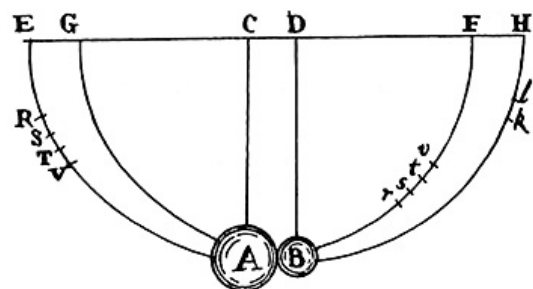
Hasta ahora he ofrecido los principios aceptados por los matemáticos y confirmados por muy amplia experiencia. Por las dos leyes primeras y los dos corolarios primeros, Galileo descubrió que la caída de los graves ocurre según la razón cuadrada del tiempo y que el movimiento de los proyectiles ocurre en parábola, de acuerdo con la experiencia, a no ser en la medida en que tales movimientos se retardan un poco por la resistencia del aire. Para un cuerpo que cae la gravedad uniforme, actuando de modo igual en cada unidad de tiempo sobre partículas iguales, imprime fuerzas iguales en dicho cuerpo y genera velocidades iguales. Y en la totalidad del tiempo imprime toda la fuerza y genera la velocidad total proporcional al tiempo. Y los espacios recorridos en tiempos proporcionales son como las velocidades y los tiempos conjuntamente; esto es, como la razón cuadrada de los tiempos. Y en un cuerpo lanzado hacia arriba la gravedad uniforme imprime fuerzas y disminuye la velocidad en proporción al tiempo; y los tiempos de ascensión hasta el punto más alto son como son las velocidades a disminuir, y la altura máxima es como los tiempos y las velocidades conjuntas o en razón cuadrada de las velocidades. Y el movimiento de un cuerpo proyectado según una línea recta cualquiera se compone del movimiento procedente de la proyección con el procedente de la gravedad.

Así, si un cuerpo *A* con el solo movimiento de proyección pudiese en un cierto tiempo recorrer la recta *AB* y con el movimiento de caída en el mismo tiempo pudiese recorrer la línea de caída *AC*; complétese el paralelogramo *ABCD* y dicho cuerpo al final del tiempo dado con el movimiento compuesto se hallará en el punto *D*; y la línea curva *AED* que describe dicho cuerpo será una parábola a la que la recta *AB* es tangente en *A* y cuya ordenada *BD* es como *AB* cuadrado. De dichas leyes y corolarios dependen las demostraciones acerca de los péndulos oscilantes, de acuerdo con la experiencia diaria de los relojes. A partir de estos principios y de la tercera ley hallaron sir Christopher Wren, John Wallis S. T. D. y el caballero Christian Huygens, príncipes de los

geómetras de la época última, las reglas del choque y reflexión mutua de dos cuerpos, y casi a la vez la comunicaron a la Royal Society colaborando entre ellos plenamente (en cuanto a estas leyes); primero, en verdad, Wallis y después Wren y Huygens ofrecieron su hallazgo. Pero además esta verdad fue corroborada por Wren ante la Royal Society, por medio del experimento de los péndulos; también el preclaro Mariotte se dignó exponer enseguida todo esto en un libro completo. Pero es cierto que para que este experimento concuerde con las teorías de modo aceptable, hay que tener en cuenta tanto la resistencia del aire como la fuerza elástica de los cuerpos concurrentes.

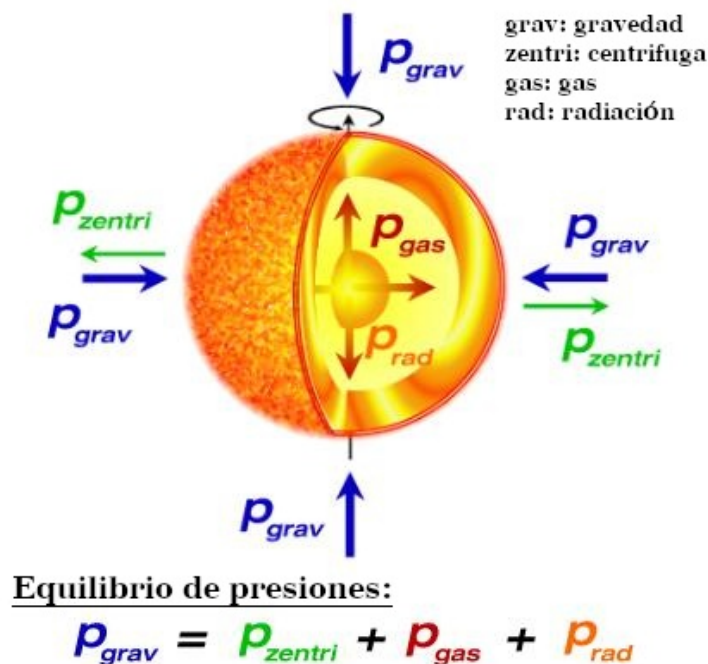


Suspendamos dos cuerpos esféricos AB de hilos paralelos iguales, AC, BD de los centros C, D. Desde dichos centros y con tales intervalos tracemos los semicírculos EAF, GBH bisecados por los radios CA, DB. Empujemos el cuerpo A hasta el punto R del arco EAF y (apartando el cuerpo B) soltémosle desde allí y tras una oscilación regresará al punto V. RV es el retardo debido a la resistencia del aire. Sea ST la cuarta parte puesta en medio de este RV, de tal modo que RS sea igual a TV y RS sea a ST como 3 a 2. Y dicho ST representará muy aproximadamente el retardo en el descenso desde S a A. Pongamos B en su lugar. Dejemos caer el cuerpo A desde el punto S y su velocidad en el punto de reflexión A será sin gran error muy similar a la que tendría si cayese en el vacío desde el punto T. Representemos, pues, dicha velocidad por la cuerda del arco TA, puesto que es de sobra conocido para los geómetras el enunciado de que la velocidad de un péndulo en el punto más bajo es como la cuerda del arco que describe al caer. Después de la reflexión el cuerpo A alcanzará el punto s, y el cuerpo B el punto k. Apartemos el cuerpo B y hallemos el punto v. Si el cuerpo A se lanza desde



dicho punto y tras una oscilación vuelve al punto  $r$ , sea  $st$  la cuarta parte del propio  $rv$ , situada en medio, de tal modo que  $rs$  y  $tv$  sean iguales y esté representada por la cuerda del arco  $tA$  la velocidad alcanzada por el cuerpo  $A$  en el punto  $A$  inmediatamente después de la reflexión. Pues  $t$  será el punto verdadero y correcto al que debería llegar el cuerpo  $A$ , suprimida la resistencia del aire. Del mismo modo hay que corregir el punto  $k$ , hasta el que llega el cuerpo  $B$ , y hallar el punto  $l$ , hasta el cual debió ascender dicho cuerpo en el vacío. De este modo podría experimentarse todo como si estuviésemos en un medio vacío. Finalmente habría que multiplicar (por así decirlo) el cuerpo  $A$  por la cuerda del arco  $TA$  que representa su velocidad para obtener su movimiento en el punto  $A$  inmediatamente antes de la reflexión; después por la cuerda del arco  $tA$  para obtener su movimiento en el punto  $A$  inmediatamente después de la reflexión. Y del mismo modo el cuerpo  $B$  habría de ser multiplicado por la cuerda del arco  $Bl$  para obtener su movimiento inmediatamente después de la reflexión. Y de modo semejante cuando dos cuerpos son lanzados a la vez desde lugares diversos, hay que hallar los movimientos de cada uno, tanto antes como después de la reflexión, y solo entonces se comparan entre sí los movimientos y se deducen los efectos de la reflexión. Con experimentos sobre la materia en péndulos de diez pies, lo mismo que con pesos iguales o desiguales o tirando cuerpos desde distancias grandes como de ocho, doce o dieciséis pies, siempre he encontrado, excepto un error de medida de tres pulgadas, que los cambios de movimiento, cuando los cuerpos se encontraban directamente, eran siempre iguales a los inferidos a los cuerpos en sentido contrario y, por tanto, que la acción y la reacción siempre eran iguales. Así, si el cuerpo  $A$  caía sobre el cuerpo  $B$  en reposo con nueve unidades de movimiento y, perdidas siete, partía después del choque con dos, el cuerpo  $B$  retrocedía con estas otras siete. Si estos cuerpos iban al encuentro,  $A$  con doce unidades y  $B$  con seis, y  $A$  retornaba con dos,  $B$  regresaba con ocho, efectuada la resta de catorce entre uno y otro. Quítense doce unidades del movimiento del cuerpo  $A$  y no quedará nada; quítense otras dos más y se obtendrá un movimiento de dos unidades en la otra dirección; y del mismo modo del movimiento de  $B$  que tiene seis unidades quítense catorce y se obtendrán ocho en sentido contrario. Y cuando los cuerpos iban en la misma dirección,  $A$  más rápido con catorce unidades de velocidad,  $B$  más lento con cinco, después del choque salía  $A$  con cinco y  $B$  con catorce al haberse transferido nueve unidades de  $A$  a  $B$ . Y lo mismo en el resto. Jamás se alteraba en la reunión o colisión de cuerpos la cantidad de movimientos concurrentes y de las diferencias de los

movimientos contrarios pues el error de una pulgada o dos en las medidas lo atribuía a la dificultad de llevar a cabo cada una de modo suficientemente preciso. Era difícil tanto soltar a la vez los péndulos de tal modo que los cuerpos se encontraran en los puntos más bajos  $AB$ , como registrar los puntos  $s, k$  a que ascendían los cuerpos después del encuentro. Y por otra parte, los propios cuerpos de los péndulos, con densidades desiguales en diversos puntos y con textura irregular por otras causas, llevaba a error.



La teoría newtoniana de la gravedad puede contribuir incluso a nuestra comprensión de lo que ocurre cuando una estrella colapsa bajo su propio campo gravitatorio.

En una situación estándar, una estrella equilibra la fuerza nuclear y la gravitatoria. La luz escapa de la superficie de la estrella.

A medida que la gravedad de la estrella domina sobre la fuerza nuclear, empieza a actuar sobre la luz que escapa.

A medida que la estrella colapsa, la luz es devuelta a la superficie.

Finalmente, el campo gravitatorio de la estrella colapsada es demasiado intenso como para que la luz escape, creando lo que conocemos como agujero negro.

Todo esto está implícito en las teorías originales de Newton, aunque no fue explícitamente propuesto hasta mucho después de su muerte.

Pero no sea que alguien objete que la regla para cuya prueba se ha aducido este experimento presupone que los cuerpos son absolutamente duros

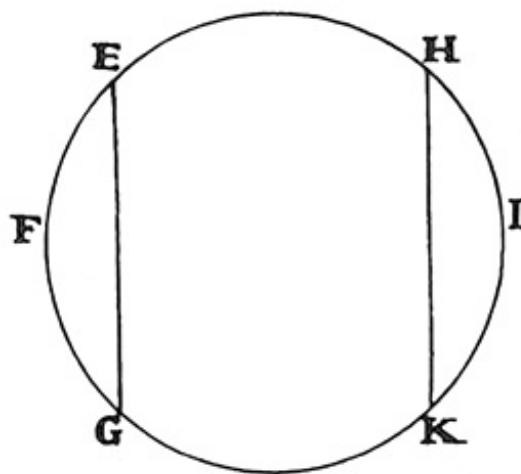
o por lo menos perfectamente elásticos, casos que no se hallan en lo más mínimo entre las cosas naturales; añadido que los experimentos descritos acontecen tanto en cuerpos blandos como duros, sin depender en lo más mínimo del grado de dureza. Pues si dicha regla hubiese de ensayarse en cuerpos no completamente duros, la reflexión deberá disminuir solo en cierta cantidad proporcional a la fuerza elástica. En la teoría de Wren y Huygens los cuerpos absolutamente duros se reflejan con la misma velocidad del choque. Más ciertamente se puede afirmar esto de los perfectamente elásticos. En el caso de los imperfectamente elásticos la velocidad de retorno ha de deducirse junto con la fuerza elástica; por cuanto tal fuerza (salvo cuando las partes se doblan con el choque, o se expanden como lo hacen bajo la acción de un martillo) es cierta y determinada (según creo) y hará que los cuerpos se separen con velocidad relativa que estará en una razón dada con la velocidad relativa de choque. Esto lo ensayé con pelotas de lana bien prensadas. Primero dejando caer el péndulo y midiendo la reflexión hallé la fuerza elástica; después mediante esta fuerza calculé las reflexiones en otros ejemplos de choque y los experimentos concordaban. Retrocedían siempre las pelotas con una velocidad relativa tal que se relacionaba con la velocidad relativa de choque, aproximadamente como 5 a 9.

Las de acero retrocedían casi con la misma velocidad, las de madera con un poco menos, mientras que en las de vidrio la proporción era casi 15 a 16. Y así de este modo se ha comprobado la tercera ley, en cuanto a las acciones y reacciones, por medio de una teoría que se adecuaba plenamente con los experimentos.

En las atracciones muestro esto brevemente como sigue: imaginemos dos cuerpos cualesquiera A, B que se atraen mutuamente; imaginemos un obstáculo cualquiera interpuesto entre ellos que impida su choque. Si uno de los dos cuerpos A es atraído hacia B más que B hacia A, el obstáculo será empujado más por la presión del cuerpo A que por la presión del cuerpo B y, en consecuencia, no permanecerá en equilibrio. Prevalecerá la presión más fuerte y hará que el sistema de los dos cuerpos y el obstáculo se mueva hacia B en línea recta y, con un movimiento continuamente acelerado, en espacios libres iría hasta el infinito. Lo cual es absurdo y contrario a la primera ley, pues por la primera ley el sistema deberá permanecer en su estado de reposo o de movimiento uniforme y rectilíneo y, por tanto, ambos cuerpos empujarán igualmente al obstáculo y, por tanto, se atraerán mutuamente con igualdad. Ensayé esto con hierro e imán. Si se colocan estos aparte en vasijas adecuadas y contiguas y flotan juntas en un baño de agua, ninguno de ellos impulsará al

otro, sino que mutuamente con iguales atracciones cada uno sostendrá los impulsos del otro y finalmente puestos en equilibrio reposarán.

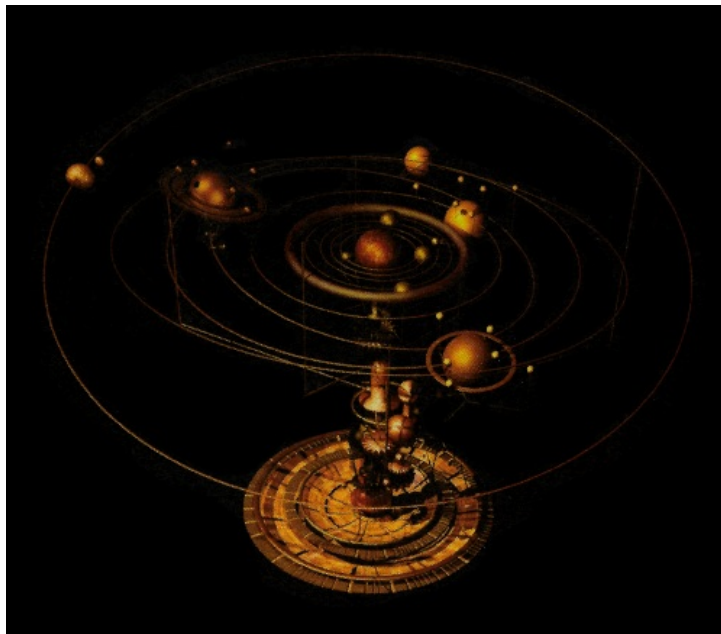
Asimismo, la gravedad entre la Tierra y sus partes es mutua. Divídase la Tierra *FI* con un plano cualquiera *EG* en dos partes *EGF* y *EGI*: los pesos de estas dos partes serán mutuamente iguales. Pues si con otro plano *HK*, paralelo al anterior *EG*, se divide la parte mayor *EGI* en dos partes *EGKH* y *HKI* de las cuales *HKI* es igual a la primeramente separada *EFG*, es evidente que la parte intermedia *EGKH* por su peso no se



inclinará a ninguna de las dos partes, sino que, por así decirlo, quedará suspendida y en equilibrio entre ambas y reposará. Pero la parte extrema *HKI* con todo su peso caerá sobre la parte media y la empujará hacia el otro extremo *EGF* y, por tanto, la fuerza con la que *EGI*, suma de las dos partes *HKI* y *EGKH*, tiende hacia la tercera zona *EGF*, es igual al peso de la parte *HKI*, esto es, al peso de la parte tercera *EGF*. Y, por tanto, los pesos de las dos partes *EGI* y *EGF* son iguales entre sí como se ha pretendido demostrar. Y a no ser que dichos pesos fuesen iguales, toda la Tierra flotando en el éter libre cedería al mayor peso y huyendo de él se alejaría perdiéndose en el infinito.

Al igual que son equivalentes en los choques y reflexiones los cuerpos cuyas velocidades son inversamente como las fuerzas ínsitas, del mismo modo son equivalentes y se sostienen mutuamente con empujes contrapuestos en el uso de instrumentos mecánicos aquellos agentes cuyas velocidades calculadas según la determinación de las fuerzas son inversamente como las fuerzas. Así, los pesos son equivalentes al mover los brazos de la balanza, los cuales cuando se mueve la balanza son inversamente como sus velocidades hacia arriba o hacia abajo; esto es, los pesos, si suben y bajan en línea recta, son equivalentes y son inversamente como las distancias desde los puntos de los que se suspenden hasta el eje de la balanza; pero si suben o bajan oblicuamente impedidos por planos inclinados u otros obstáculos interpuestos, entonces son inversamente como los ascensos y descensos realizados de acuerdo con la perpendicular; y esto por la dirección de la gravedad hacia abajo.

Del mismo modo en la polea o en el polipasto la fuerza de la mano que tira de la cuerda directamente y que sea al peso, ascendiendo este directa u oblicuamente, como la velocidad del ascenso perpendicular a la velocidad de la mano que tira de la cuerda, sostendrá el peso.



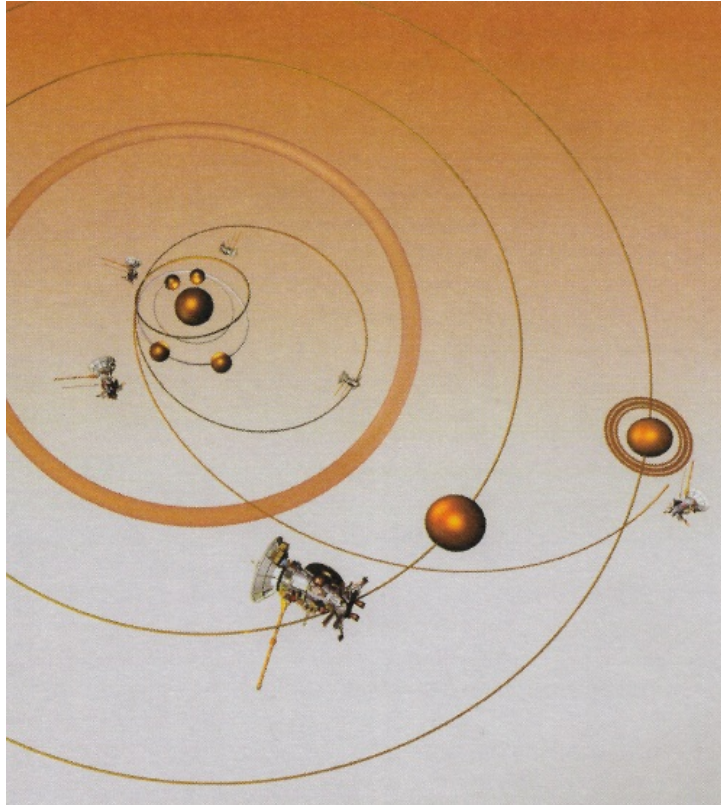
Planetario mecánico de estilo newtoniano con el cinturón de asteroides descubierto posteriormente.

En los relojes e instrumentos similares que estén hechos de ruedas conectadas, las fuerzas contrarias para promover o impedir el movimiento de las ruedas, si son inversamente como las velocidades de las partes de las ruedas en que actúan, se sostendrán mutuamente. La fuerza de un torno para apretar un cuerpo es a la fuerza de la mano que maneja la manivela como la velocidad circular de la manivela en el lugar donde se aplica la mano a la velocidad de avance del torno hacia el cuerpo oprimido. Las fuerzas con las que una cuña obliga a las dos partes de un madero fijo son a la fuerza del mazo en la cuña como el avance de la cuña según la dirección de la fuerza impresa en ella por el mazo es a la velocidad con que las partes del madero ceden a la cuña según líneas perpendiculares a las caras de la cuña. E igual es la explicación de todas las máquinas.

La eficacia y utilidad de estas consiste únicamente en que disminuyendo la velocidad aumentamos la fuerza, y viceversa; de donde se resuelve para todo tipo de máquinas apropiadas el problema de mover un determinado peso con una determinada fuerza o de superar con una fuerza dada otra resistencia también dada. Pues si se hicieran las máquinas de tal modo que las velocidades del agente y del resistente fuesen inversamente como las fuerzas,

el agente sostendrá la resistencia; y la vencerá con una mayor disparidad de velocidades. Hasta el punto de que si la disparidad de velocidades es tan grande que quede vencida toda resistencia, tanto la procedente de la contigüidad o del rozamiento de los cuerpos como de la cohesión de los cuerpos continuos o que han de ser separados o de los pesos que han de ser elevados, superada toda esa resistencia, la fuerza sobrante producirá una aceleración del movimiento proporcional a ella misma, parte en la máquina parte en el cuerpo resistente. Por lo demás, no es el intento presente tratar de mecánica. Hasta aquí solamente he pretendido mostrar en qué medida es evidente y cuán cierta es la tercera ley del movimiento. Pues si se considera la acción de un agente como el producto de su fuerza y velocidad, y, de modo semejante, la reacción del resistente, como el producto de las velocidades de sus partes singulares y de las fuerzas de resistencia procedentes de su fricción, cohesión, peso y aceleración, acción y reacción en el uso de toda clase de instrumentos siempre serán iguales entre sí. Y en la medida en que la acción se propaga por medio del instrumento y al fin incide en todo el cuerpo resistente, su determinación última siempre será contraria a la determinación de la reacción.

\* \* \*



La trayectoria interplanetaria de la nave espacial Cassini. Una nave espacial precisa de unas matemáticas complejas para calcular trayectorias, órbitas y efectos de honda. Todas estas se basan directamente en los modelos teóricos de Newton, que tienen más de trescientos años de antigüedad. La complejidad de las órbitas calculadas y el lanzamiento final de la sonda sobre Titán continúan siendo un testimonio notable de la contribución newtoniana a la ciencia.

## **LIBRO TERCERO SOBRE EL SISTEMA DEL MUNDO**

\* \* \*

### **REGLAS PARA FILOSOFAR**

**REGLA I. NO DEBEN ADMITIRSE MÁS CAUSAS DE LAS COSAS NATURALES QUE AQUELLAS QUE SEAN VERDADERAS Y**

## **SUFICIENTES PARA EXPLICAR SUS FENÓMENOS.**

Ya dicen los filósofos: la naturaleza nada hace en vano, y vano sería hacer mediante mucho lo que se puede hacer mediante poco.

Pues la naturaleza es simple y no derrocha en superfluas causas de las cosas.

## **REGLA II. POR ELLO, EN TANTO QUE SEA POSIBLE, HAY QUE ASIGNAR LAS MISMAS CAUSAS A LOS EFECTOS NATURALES DEL MISMO GÉNERO.**

Como en el caso de la respiración en el hombre y en el animal; de la caída de las piedras en Europa y en América; de la luz en el fuego de la cocina y en el Sol; de la reflexión de la luz en la Tierra y en los planetas.

## **REGLA III. HAN DE CONSIDERARSE CUALIDADES DE TODOS LOS CUERPOS AQUELLAS QUE NO PUEDEN AUMENTAR NI DISMINUIR Y QUE AFECTAN A TODOS LOS CUERPOS SOBRE LOS CUALES ES POSIBLE HACER EXPERIMENTOS.**

Pues las cualidades de los cuerpos solo mediante experimentos se esclarecen, y por lo mismo se han de establecer como generales cuantas cuadran generalmente con los experimentos; y aquellas que no pueden disminuir, tampoco pueden ser suprimidas. Ciertamente no hay que fantasear temerariamente sueños en contra de la seguridad de los experimentos, ni alejarse de la analogía de la naturaleza, toda vez que ella suele ser simple y congruente consigo misma. La extensión de los cuerpos no se nos revela si no es por los sentidos, y no se siente por todos, pero como concierne a todos los sensibles, se atribuye universalmente. Experimentamos que muchos cuerpos son duros. Pero la dureza del todo se origina de la dureza de las partes, y de aquí concluimos con razón que son duras las partículas indivisas no solo de los cuerpos que sentimos, sino también las de todos los demás. Que todos los cuerpos son impenetrables lo inferimos no de la razón, sino de la sensación. Los cuerpos que manejamos resultan ser impenetrables, y de aquí concluimos que la impenetrabilidad es una propiedad de todos los cuerpos. Inferimos que todos los cuerpos son móviles y perseveran en reposo o en movimiento gracias a ciertas fuerzas (que llamamos fuerzas de inercia) a partir de estas propiedades de los cuerpos observados. La extensión, la dureza, la impenetrabilidad, la movilidad y la fuerza de inercia del todo surgen de la extensión, dureza, impenetrabilidad, movilidad y fuerza de inercia de las partes: y de ahí concluimos que todas las partes mínimas de todos los cuerpos

son extensas, duras, impenetrables, móviles y dotadas de fuerza de inercia. Y este es el fundamento de toda la filosofía. Además, hemos visto por los fenómenos que las partes divididas de los cuerpos y contiguas entre sí pueden separarse unas de otras, y que las partes indivisas pueden dividirse con la razón en partes menores es cierto por la matemática. En cambio, si esas partes distinguidas matemáticamente, pero no divididas todavía, pudieran dividirse y separarse unas de otras mediante fuerzas naturales, es cosa incierta. Pero, aunque solamente constase por un solo experimento que una partícula indivisa sufriese una división al romper un cuerpo duro y sólido, concluiremos, en virtud de esta regla, que no solo serían separables las partes divididas, sino también que las indivisas podrían ser divididas hasta el infinito.

Finalmente, si mediante experimentos y observaciones astronómicas consta universalmente que todos los cuerpos alrededor de la Tierra gravitan hacia ella, y esto según la cantidad de materia contenida en cada uno, que la Luna gravita hacia la Tierra según su cantidad de materia, y viceversa, que nuestro mar gravita hacia la Luna, que todos los planetas gravitan mutuamente entre sí y que la gravedad de los cometas hacia el Sol es similar, habrá que decir, en virtud de esta regla, que todos los cuerpos gravitan entre sí. E incluso será más fuerte el argumento sobre la gravedad universal a partir de los fenómenos, que sobre la impenetrabilidad de los cuerpos: ya que de esta no tenemos ninguna experiencia en los cuerpos celestes y tampoco observación alguna. Sin embargo, no afirmo en absoluto que la gravedad sea esencial a los cuerpos. Por fuerza ínsita entiendo solamente la fuerza de inercia. Esta es inmutable. La gravedad disminuye al alejarse de la Tierra.

**REGLA IV. LAS PROPOSICIONES OBTENIDAS POR INDUCCIÓN A PARTIR DE LOS FENÓMENOS, PESE A LAS HIPÓTESIS CONTRARIAS, HAN DE SER TENIDAS, EN FILOSOFÍA EXPERIMENTAL, POR VERDADERAS EXACTA O MUY APROXIMADAMENTE, HASTA QUE APAREZCAN OTROS FENÓMENOS QUE LAS HAYAN O MÁS EXACTAS O EXPUESTAS A EXCEPCIONES.**

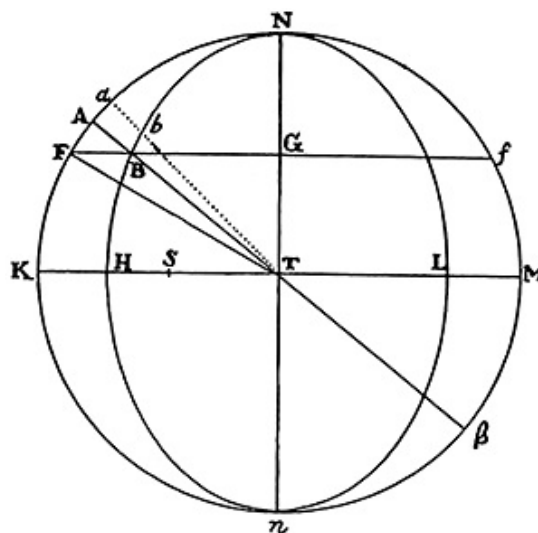
Debe hacerse esto para evitar que el argumento de inducción sea suprimido por las hipótesis.

\* \* \*

## SOBRE EL MOVIMIENTO DE LOS NODOS DE LA LUNA<sup>[13]</sup>

**PROPOSICIÓN I. EL MOVIMIENTO MEDIO DEL SOL DESDE EL NODO SE DEFINE POR UNA MEDIA GEOMÉTRICA PROPORCIONAL ENTRE EL MOVIMIENTO MEDIO DEL MISMO SOL Y AQUEL MOVIMIENTO MEDIO CON EL CUAL EL SOL SE SEPARA VELOZMENTE DEL NODO EN LAS CUADRATURAS.**

Sea  $T$  el lugar de la Tierra,  $Nn$  la línea de los nodos de la Luna para un tiempo dado cualquiera,  $KTM$  una perpendicular a ella,  $TA$  una recta que gira alrededor del centro con la misma velocidad angular con que el Sol y el nodo se alejan uno de otro, de modo que el ángulo comprendido entre la recta en reposo  $Nn$  y la recta en giro  $TA$ , siempre resulte igual a la distancia entre los lugares del Sol y del nodo. Ahora, si se divide una recta cualquiera  $TK$  en partes  $TS$  y  $SK$  que

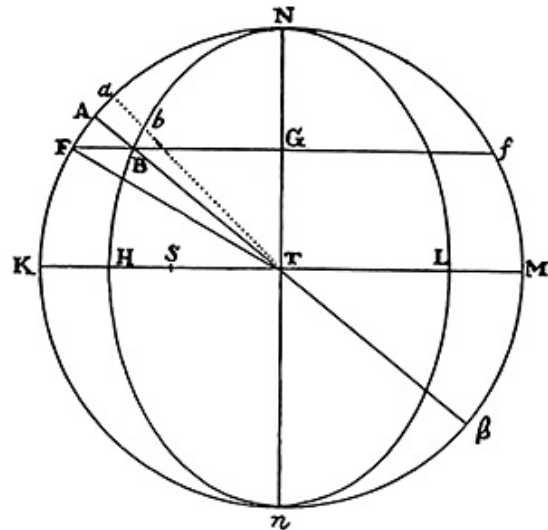


sean como el movimiento horario medio del Sol al movimiento horario medio del nodo en las cuadraturas, y se toma a la línea  $TH$  como media proporcional entre la parte  $TS$  y la línea entera  $TK$ , esta recta será, entre las demás, proporcional al movimiento medio del Sol desde el nodo.

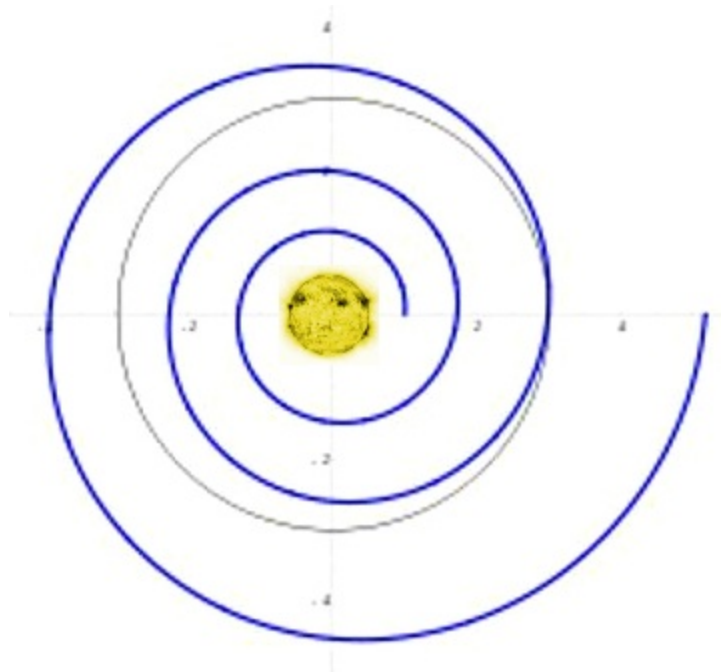
Pues, describáse el círculo  $NKnM$  con centro en  $T$  y radio  $TK$ , y con el mismo centro y con los ejes  $TH$  y  $TN$  trácese la elipse  $NHnL$ , y en el tiempo en que el Sol se separa del nodo por el arco  $Na$ , si se traza la recta  $Tba$ , el área del sector  $NTa$  representará la suma de los movimientos del nodo y del Sol en ese mismo tiempo. Sea, pues, el arco mínimo  $Aa$  un arco que describe la recta  $Tba$  girando uniformemente según la antedicha ley en una partícula dada de tiempo, y el sector mínimo  $TAa$  será como la suma de las velocidades con que el Sol y el nodo se desplazan en ese tiempo. Pero la velocidad del Sol es casi uniforme, por cuanto su pequeña desigualdad apenas produce variación en el movimiento medio de los nodos.

La otra parte de esta suma, o sea, la velocidad del nodo en su valor medio, aumenta al apartarse de las sicigias como el cuadrado del seno de su distancia al Sol; [...] y cuando es máxima en las cuadraturas con el Sol en  $K$ , alcanza la misma razón respecto a la velocidad del Sol que  $SK$  a  $TS$ , esto es, como

(diferencia de los cuadrados de  $TK$  y  $TH$ ) el rectángulo  $KHM$  a  $TH$  al cuadrado. Pero la elipse  $NBH$  divide al sector  $ATa$ , representación de la suma de estas dos velocidades, en dos partes  $ABba$  y  $BTb$  proporcionales a las propias velocidades. Prolónguese, pues,  $BT$  hasta el círculo  $\beta$  y desde el punto  $B$  hágase descender sobre el eje mayor la perpendicular  $BG$ , que prolongada a ambos lados toque al círculo en los puntos  $F$  y  $f$ , y puesto que el espacio  $ABba$  es al sector  $TBb$



como el rectángulo  $AB\beta$  a  $BT$  al cuadrado (pues dicho rectángulo es igual a la diferencia de cuadrados de  $TA$  y  $TB$  por estar la recta  $A\beta$  cortada igualmente en  $T$  y desigualmente en  $B$ ). Por tanto, esta razón, cuando el espacio  $ABba$  es máximo en  $K$ , será la misma razón que la del rectángulo  $KHM$  a  $HT$  al cuadrado, pero la velocidad media máxima del nodo estaba a la velocidad del Sol en esta misma razón. Por consiguiente, en las cuadraturas, el sector  $ATa$  se divide en partes proporcionales a la velocidad. Y puesto que el rectángulo  $KHM$  es a  $HT$  cuadrado como  $FBf$  a  $BG$  cuadrado, y el rectángulo  $AB\beta$  es igual al rectángulo  $FBf$ , el área pequeña  $ABba$ , cuando es máxima, será al resto del sector  $TBb$  como el rectángulo  $ABb$  a  $BG$  cuadrado. Pero la razón de estas pequeñas áreas era siempre como el rectángulo  $AB\beta$  a  $BT$  cuadrado; y, por lo tanto, la pequeña área  $ABba$  en el lugar  $A$  es menor que el área semejante en las cuadraturas, en razón cuadrada de  $BG$  a  $BT$ , esto es, en razón cuadrada del seno de la distancia del Sol al nodo. Y, por tanto, la suma de todas las áreas pequeñas  $ABba$ , o sea, el espacio  $ABN$  será como el movimiento del nodo en el tiempo en que el Sol se separa del nodo por el arco  $NA$ . Y el espacio restante, o sea, el sector elíptico  $NTB$  será como el movimiento medio del Sol en ese tiempo. Y por lo mismo, como el movimiento medio anual del nodo es aquel que ocurre en el tiempo en el que el sol completa su período, el movimiento medio del nodo desde el Sol será al movimiento medio del propio Sol como el área del círculo al área de la elipse, es decir, como la recta  $TK$  a la recta  $TH$  que es la media proporcional entre  $TK$  y  $TS$ ; o lo que da lo mismo, como la media proporcional  $TH$  a la recta  $TS$ .



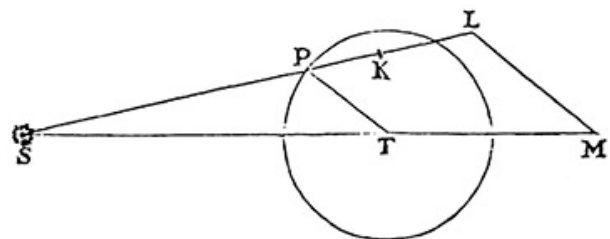
Si la fuerza de la gravedad disminuyera o aumentara con la distancia más rápidamente de lo que predice la teoría de Newton, las órbitas de los planetas alrededor del Sol no serían elipses estables. Se alejarían del Sol o se acercarían a él en una trayectoria espiral.

\* \* \*

## PROPOSICIÓN XXXVI. PROBLEMA XVII

### HALLAR LA FUERZA DEL SOL PARA MOVER EL MAR

La fuerza ML del Sol, o PT, en las cuadraturas lunares, a la hora de perturbar los movimientos lunares, era respecto a la fuerza de la gravedad entre nosotros [...] como 1 a 638 092,6. Y la fuerza TM-LM, o 2PK en las sicigias lunares era el doble mayor. Pero estas fuerzas, si descendiéramos a la superficie de la Tierra, disminuirán en razón de las distancias al centro de la Tierra, es decir, en razón de 605 a 1; y, por consiguiente, la fuerza anterior en la superficie de la Tierra es a la fuerza de la gravedad como 1 a 38 604 600. Con esta fuerza el mar se deprime en los lugares que distan 90 grados del Sol. Con la otra



fuerza, que es el doble mayor, se eleva el mar tanto bajo el Sol como en la parte opuesta. La suma de las fuerzas es a la fuerza de la gravedad como 1 a 12 868 200. Y puesto que la misma fuerza induce el mismo movimiento, tanto si con ella deprime al agua en las regiones que distan 90 grados del Sol, como si la eleva en las regiones bajo el Sol u opuestas a él, esta suma será la fuerza total del Sol para agitar el mar; y tendrá el mismo efecto que si toda ella elevase el mar en las regiones bajo el Sol y opuestas al Sol, y en cambio no actuase en absoluto en las regiones que distan 90 grados del Sol.

Esta es la fuerza del Sol para mover el mar en un lugar dado cualquiera, cuando el Sol se halla, tanto en el vértice del lugar, como a su distancia media de la Tierra. En otras posiciones del Sol su fuerza para mover el mar es como el seno verso del doble de la altura del Sol sobre el horizonte del lugar directamente, e inversamente como el cubo de la distancia del Sol a la Tierra.

**COROLARIO.** Puesto que la fuerza centrífuga de las partes de la Tierra originada por el movimiento terrestre diario, que es a la fuerza de la gravedad como 1 a 289, haga que la altura del agua en el ecuador supere la altitud de la misma sobre los polos en 85 472 pies parisinos, [...] la fuerza solar de que hemos tratado, al ser a la fuerza de la gravedad como 1 a 12 868 200 y, por tanto, a la susodicha fuerza centrífuga como 289 a 12 868 200, o sea, como 1 a 44 527, hará que la altura del agua en las regiones bajo el Sol y sus opuestas supere a la altura de la misma en los lugares que distan 90 grados del Sol en solamente un pie parisino y once pulgadas con  $\frac{1}{30}$  de pulgada. Pues esta es la cantidad que, respecto a 85 472 pies, es como 1 a 44 527.

\* \* \*



Uno de los mayores descubrimientos de Newton tuvo lugar en el ámbito de la óptica. Halló que cuando la luz del Sol atraviesa un prisma, se descompone en los colores que la constituyen (espectro), los colores del arco iris.

## PROPOSICIÓN XXXVIII. PROBLEMA XIX

### HALLAR LA FIGURA DEL CUERPO LUNAR

Si el cuerpo lunar fuese fluido como lo es nuestro mar, la fuerza de la Tierra para elevar dicho fluido tanto en las partes más cercanas como en las más lejanas sería a la fuerza de la Luna, por la cual nuestro mar es elevado en las partes que están bajo ella y en las opuestas, como la gravedad aceleratriz de la Luna hacia la Tierra es a la gravedad aceleratriz de la Tierra hacia la Luna, y el diámetro de la Luna al diámetro de la Tierra conjuntamente; es decir, como 39,788 a 1 y 100 a 365 conjuntamente, o como 1081 a 100. Por lo cual, dado que la fuerza lunar eleva nuestro mar hasta  $8\frac{3}{2}$  pies, la fuerza terrestre elevaría el fluido lunar hasta 93 pies. En consecuencia, la figura lunar sería un esferoide, cuyo diámetro mayor prolongado pasaría por el centro de la Tierra, y superaría a los diámetros perpendiculares con un exceso de 186 pies. Por tanto, esa es la figura que posee la Luna, y debió adoptarla desde el principio.

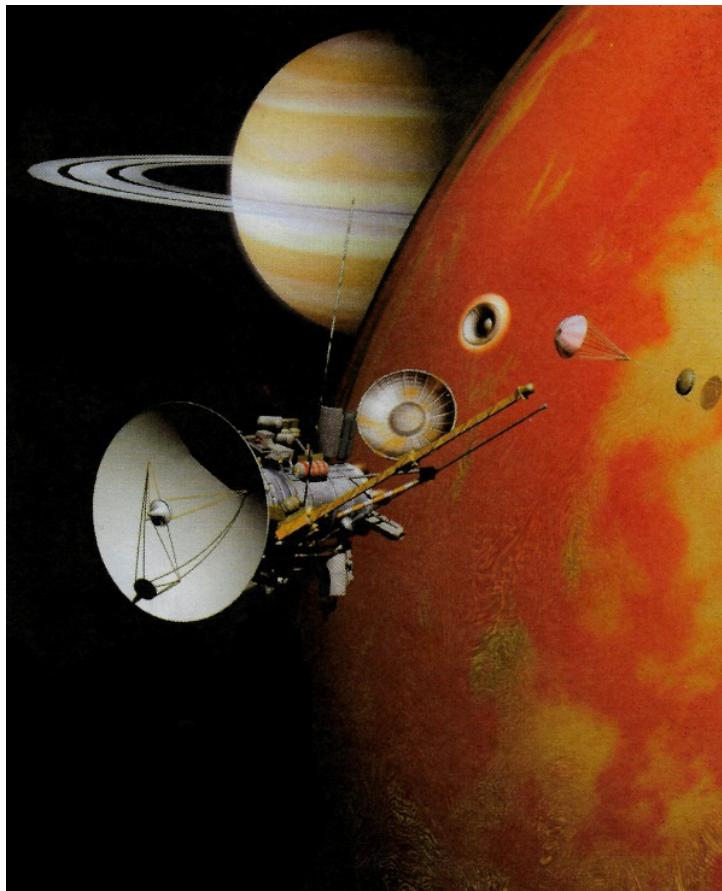
**Q.E.I.**

**COROLARIO.** Y esto hace que la misma cara de la Luna esté siempre vuelta hacia la Tierra. Y el cuerpo lunar no podría permanecer en otra posición, sino que oscilando retornaría siempre a esta posición. Sin embargo,

las oscilaciones, debido a la pequeñez de las fuerzas que las provocan, serían muy lentas, hasta el punto de que la cara de la Luna que debería mirar siempre hacia la Tierra podría mirar hacia el otro foco de la órbita lunar (por lo dicho en la proposición XVII), sin que se apartase al instante de dicha posición y se volviese hacia la Tierra.

\* \* \*

## **FIN DE LOS PRINCIPIOS MATEMÁTICOS**



La nave espacial Cassini lanzando una sonda con paracaídas sobre Titán, una de las lunas de Saturno.



# *Albert Einstein (1879-1955)*

## **VIDA Y OBRA**

No siempre los genios son reconocidos de inmediato. Aunque Albert Einstein llegaría a ser el mayor físico teórico que jamás haya existido, cuando iba a la escuela elemental, en Alemania, su maestro le dijo a su padre: «Nunca hará nada de provecho». Cuando tenía unos veinte años, pese a haberse graduado en la Escuela Politécnica Federal de Zurich como profesor de matemáticas y física, no logró encontrar un puesto decente en la enseñanza, de manera que abandonó la esperanza de obtener una plaza en la universidad y buscó trabajo temporal en Berna. Con la ayuda del padre de un compañero de escuela, Einstein consiguió un empleo de inspector en la oficina suiza de patentes. Trabajaba seis días a la semana y ganaba 600 dólares al año. Así era como se ganaba la vida mientras seguía su doctorado en física por la Universidad de Zurich.

En 1903, Einstein se casó con su novia serbia Mileva Maric y la pareja se trasladó a un piso de una sola habitación en Berna. Dos años después, nació su primer hijo, Hans Albert. Los años que rodearon el nacimiento de Hans fueron probablemente la época más feliz en la vida de Einstein. Tiempo después, los vecinos recordaban al joven padre empujando distraído el cochecito del niño por las calles de Berna y cómo, de vez en cuando, se agachaba hacia el cochecito y tomaba unos papeles para garabatear unas notas. Es probable que el cuaderno del cochecito contuviera algunas de las fórmulas y ecuaciones que condujeron a la teoría de la relatividad y al desarrollo de la bomba atómica.

Durante estos primeros años en la oficina de patentes, Einstein dedicó la mayor parte de su tiempo libre al estudio de la física teórica. Escribió una serie de cuatro artículos científicos fundamentales que establecieron algunas de las ideas más decisivas de la larga historia hacia la comprensión del universo. El espacio y el tiempo nunca más volverían a ser vistos como se

habían visto antes. Su trabajo le valió el Premio Nobel de Física de 1921 y una enorme popularidad.

Cuando indagaba el funcionamiento del universo, Einstein tenía destellos de inspiración demasiado profundos para ser expresados con palabras. «Aquellos pensamientos no venían en una formulación verbal», se dice que Einstein comentó en cierta ocasión. «Rara vez pienso en palabras. El pensamiento llega, y solo después puedo intentar expresarlo con palabras».

Al final, Einstein se estableció en Estados Unidos, donde defendió públicamente causas como el sionismo y el desarme nuclear, sin abandonar nunca su pasión por la física. Hasta el mismo momento de su muerte, en 1955, anduvo en pos de una teoría unificada de campos que conectara los fenómenos de la gravitación y del electromagnetismo en un conjunto de ecuaciones. Constituye un homenaje a la visión de Einstein de que los físicos de hoy sigan buscando una gran unificación de las teorías físicas. Einstein revolucionó el pensamiento científico del siglo xx y más allá.



Einstein en su juventud.

Albert Einstein nació en Ulm, en el antiguo estado alemán de Wütemberg, el 14 de marzo de 1879, y creció en Munich. Fue el único hijo de Hermann Einstein y Pauline Koch. Su padre y su tío poseían un negocio de electrotécnica. La familia consideró que Albert era lento en el aprendizaje, porque le costó hablar (ahora se cree que quizás era disléxico). Se cuenta que cuando Hermann preguntó al maestro de escuela qué profesión podría

convenirle más a Albert, el hombre replicó: «Tanto da. Nunca hará nada de provecho».

Einstein no brilló en la escuela. No le gustaban los reglamentos y sufría por ser uno de los pocos niños judíos de un centro católico. Esta experiencia de personaje solitario se repetiría varias veces a lo largo de su vida.

Uno de los primeros amores de Einstein fue la ciencia. Recordaba que a los cinco años su padre le mostró una brújula de bolsillo, y cuánto le maravilló que la aguja siempre apuntara hacia el norte, aunque se hiciera girar la caja. En aquel momento, evocaba Einstein, «sentí que detrás de las cosas debía de haber algo profundamente escondido».

Otro de sus primeros amores fue la música. Hacia los seis años empezó a estudiar violín. Aunque no tenía una aptitud natural para ello, cuando al cabo de varios años reconoció la estructura matemática de la música, el violín se convirtió en una pasión que duraría toda su vida, aunque su talento nunca llegó a la altura de su entusiasmo.

Cuando Einstein tenía diez años, su familia lo matriculó en el Luitpold Gymnasium, donde, según sus biógrafos, desarrolló una profunda aversión al autoritarismo. Este rasgo le resultó útil a lo largo de su vida científica, ya que sus hábitos de escepticismo le ayudaron a poner en duda supuestos científicos muy arraigados.

En 1895, Einstein intentó evitarse la escuela de enseñanza media pasando un examen de ingreso a la Escuela Politécnica Federal de Zurich, donde esperaba seguir la carrera de ingeniería eléctrica. He aquí lo que escribió sobre sus ambiciones en aquella época:

*Si tuviera la suerte de superar el examen, iría a Zurich. Pasaría allí cuatro años estudiando matemáticas y física. Me imagino como profesor en estas ramas de las ciencias naturales, especialmente de sus aspectos teóricos. He aquí las razones que me inspiraron este plan. Por encima de todo, está mi disposición al pensamiento abstracto y matemático y mi falta de imaginación y de habilidades prácticas.*

Einstein suspendió la parte artística del examen, por lo cual le fue denegada la admisión a la Politécnica. Su familia le envió a la escuela secundaria a Aarau, en Suiza, esperando que así tendría una segunda oportunidad de ingresar en la escuela de Zurich. Así fue, y Einstein se graduó en la Politécnica en 1900. Fue en aquella época cuando se enamoró de Mileva Maric, que en 1901 dio a luz, antes de casarse, a su primera hija, llamada

Lieserl. Poco se sabe de Lieserl con seguridad, pero parece que nació con ciertas deformidades o que se puso muy enferma desde pequeña, que fue dada en adopción, y que murió cuando contaba apenas dos años de edad. Einstein y Maric se casaron en 1903.



Einstein con su primera esposa, Mileva, y su hijo, Hans Albert, en 1906.

El año en que nació Hans, 1905, fue un año milagroso para Einstein. En cierta manera, consiguió combinar las exigencias de la paternidad y un empleo a tiempo completo, y aun así logró publicar cuatro artículos científicos decisivos, todo ello sin beneficiarse de los recursos que un contrato académico le hubiera proporcionado.

En la primavera de dicho año, Einstein envió tres artículos a la revista alemana *Annalen der Physik*. Los tres aparecieron juntos en el volumen 17 de la revista. Einstein calificó el primer artículo, sobre el cuanto de luz, como «muy revolucionario». En él examinó el fenómeno del cuanto (la unidad fundamental de energía) descubierto por el físico alemán Max Planck. Einstein explicó el efecto fotoeléctrico, en el que cada electrón emitido se libera con una determinada cantidad de energía. Este es el efecto cuántico, que establece que la energía es emitida en cantidades fijas que pueden ser expresadas como múltiplos enteros de una cantidad. Dicha teoría constituyó la base de la gran aventura de la mecánica cuántica. Einstein sugirió que la luz

podía ser considerada como una colección de partículas de energía independientes, pero, curiosamente, no ofreció ningún dato experimental, sino que se limitó a argumentar teóricamente la existencia de estos «cuantos de luz» por razones estéticas.

Al principio, los físicos se resistieron a aceptar la teoría de Einstein, que se apartaba demasiado de las ideas científicas aceptadas en aquel tiempo, e iba más allá de lo que Planck había descubierto. Fue este primer artículo titulado «Sobre un punto de vista heurístico sobre la producción y la transformación de la luz» —y no sus trabajos en relatividad— el que le valió el Premio Nobel de Física de 1921.

En su segundo artículo, «Sobre una nueva determinación de las dimensiones moleculares» —que escribió como tesis doctoral— y en el tercero, «Sobre el movimiento de pequeñas partículas suspendidas en líquidos en reposo requerido por la teoría cinético-molecular del calor», Einstein propuso un método para determinar el tamaño y el movimiento de los átomos. También explicó el movimiento browniano, un fenómeno descrito por el botánico británico Robert Brown en sus estudios del movimiento errático del polen suspendido en un fluido. Einstein pensó que este movimiento estaba causado por impactos entre los átomos y las partículas. En aquella época, la simple existencia de los átomos era todavía un tema de debate científico, por lo cual no se puede subestimar la importancia de estos dos artículos, con los cuales Einstein confirmó la teoría atómica de la materia.

En el último de sus artículos de 1905, titulado «Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento», Einstein presentó la que sería conocida como teoría especial de la relatividad. El artículo, completamente teórico, sin notas ni bibliografía, se lee más como un ensayo que como una comunicación científica. Einstein escribió su tratado de nueve mil palabras en tan solo cinco semanas, lo que no es obstáculo para que los historiadores de la ciencia lo consideren tan amplio y revolucionario como los *Principia* de Isaac Newton.

Lo que Newton había hecho con la comprensión de la gravitación, lo hizo Einstein con nuestra visión del tiempo y del espacio, destronando en el proceso la concepción newtoniana del tiempo. Newton había declarado que «el tiempo absoluto, verdadero y matemático, por sí mismo y por su propia naturaleza, fluye uniformemente sin relación alguna con nada externo». Einstein sostuvo que todos los observadores deberían medir la misma velocidad de la luz, independientemente de la velocidad con que se estuvieran moviendo. También afirmó que la masa de un objeto no es constante, sino que aumenta con la velocidad del objeto. Experimentos posteriores demostraron

que una pequeña partícula de materia, al ser acelerada hasta el 86 por 100 de la velocidad de la luz, tiene el doble de masa que en reposo.

Otra consecuencia de la relatividad es que la relación entre energía y masa puede ser expresada matemáticamente, algo que Einstein hizo en su famosa ecuación  $E = mc^2$ . Esta expresión —la energía es equivalente a la masa multiplicada por el cuadrado de la velocidad de la luz— reveló a los físicos que incluso minúsculas cantidades de materia tienen el potencial de liberar enormes cantidades de energía. Convertir completamente en energía tan solo una parte de la masa de unos pocos átomos podría producir, por lo tanto, una explosión colosal. Esta hipótesis hizo que la ecuación de Einstein, de aspecto tan modesto, llevara a los científicos a considerar las consecuencias de romper el átomo (fisión nuclear) y, bajo la presión de los gobiernos, a desarrollar la bomba atómica. En 1909, Einstein fue nombrado profesor de física teórica en la Universidad de Zurich, y tres años después cumplió su ambición de regresar a la Escuela Politécnica Federal como profesor. Se sucedieron otros nombramientos y cargos académicos importantes. Mientras tanto, siguió trabajando en su teoría de la gravitación así como en su teoría general de la relatividad. Pero mientras su categoría profesional iba en aumento, su matrimonio y su salud empezaron a deteriorarse. Él y Mileva iniciaron el proceso de divorcio en 1914, año en que aceptó una cátedra en la Universidad de Berlín. Cuando después cayó enfermo, su prima Elsa se ocupó de él, y hacia 1919 se casaron.



Einstein con su segunda esposa, Elsa, y con Charlie Chaplin, en 1931.

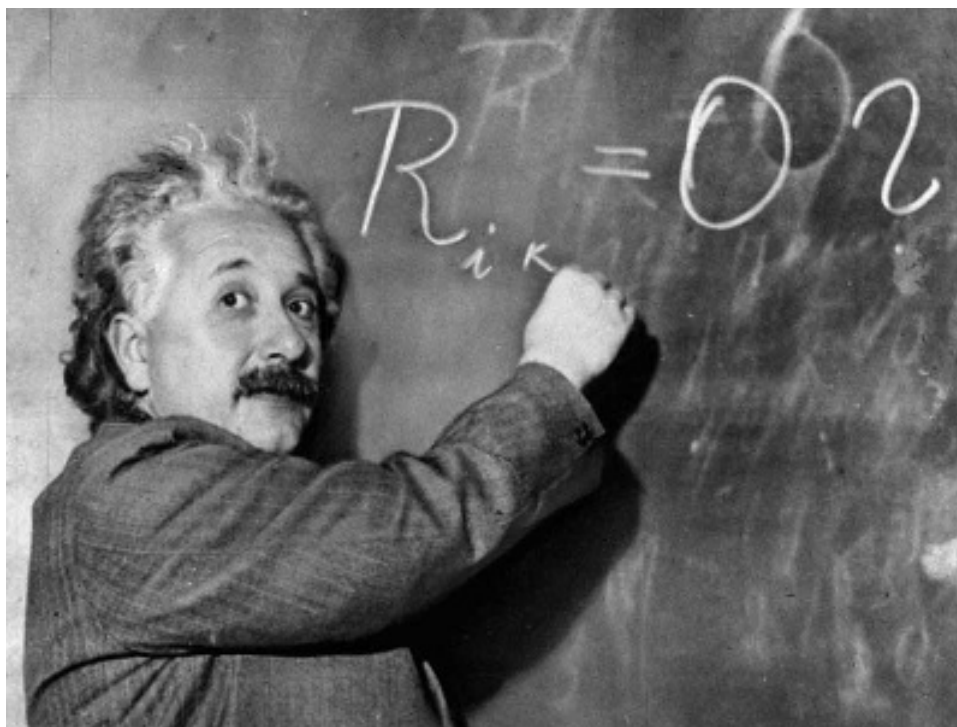
Si la teoría especial de la relatividad modificó radicalmente los conceptos de tiempo y de masa, la teoría general de la relatividad cambió el concepto de espacio. Newton había escrito que «el espacio absoluto, por su propia naturaleza, sin ninguna relación con algo externo, permanece siempre igual e inmutable». El espacio newtoniano es euclídeo, infinito e ilimitado, y su estructura geométrica es completamente independiente de la materia que lo ocupa. En él, todos los cuerpos gravitan el uno hacia el otro, sin tener efecto alguno sobre la estructura del espacio. En flagrante contraste, la teoría general de la relatividad de Einstein afirma que la masa gravitatoria no tan solo actúa sobre los demás cuerpos, sino que también influye en la estructura del espacio. Si la masa de un cuerpo es suficientemente grande, hace que el espacio circundante se deforme y que, en dicha región, parezca que la luz se curve.

En 1919, sir Arthur Eddington buscó evidencias para poner a prueba la teoría general de la relatividad. Para ello, organizó dos expediciones, una a Brasil y otra a África Occidental, para observar si la luz de las estrellas se desviaba al pasar cerca de un cuerpo de gran masa —el Sol— durante el eclipse solar total del 29 de mayo de 1919. En circunstancias normales, estas observaciones resultan imposibles, ya que la débil luz de las estrellas lejanas

queda completamente anegada en la luminosidad del día, pero durante un eclipse esta luz sería visible durante unos instantes.

En septiembre, Einstein recibió un telegrama de Hendrik Lorentz, un gran físico y buen amigo suyo, que decía: «Eddington encontró desplazamiento de las estrellas en el borde del Sol. Mediciones preliminares han dado entre nueve décimas de segundo y el doble de este valor». Los datos de Eddington eran compatibles con el desplazamiento predicho por la teoría general de la relatividad. Las fotografías de Brasil tomadas durante el eclipse parecían mostrar la luz de estrellas conocidas en una posición diferente a la de su posición nocturna, cuando su luz no pasaba cerca del Sol. La teoría general de la relatividad había sido confirmada, cambiando para siempre el curso de la física. Años más tarde, cuando un estudiante le preguntó cómo habría reaccionado si la teoría hubiera sido refutada, Einstein replicó: «Lo hubiera sentido por Dios. La teoría es correcta».

La confirmación de la relatividad general dio a Einstein una celebridad mundial. En 1921, fue elegido miembro de la British Royal Society. Premios y doctorados honoris causa le fueron saludando en cada ciudad que visitaba. En 1927, empezó a desarrollar los fundamentos de la mecánica cuántica con el físico danés Niels Bohr, mientras seguía en pos de su sueño de una teoría unificada de campos. Sus viajes a Estados Unidos dieron lugar a su nombramiento en 1932 como profesor de matemáticas y de física teórica en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, en Nueva Jersey.



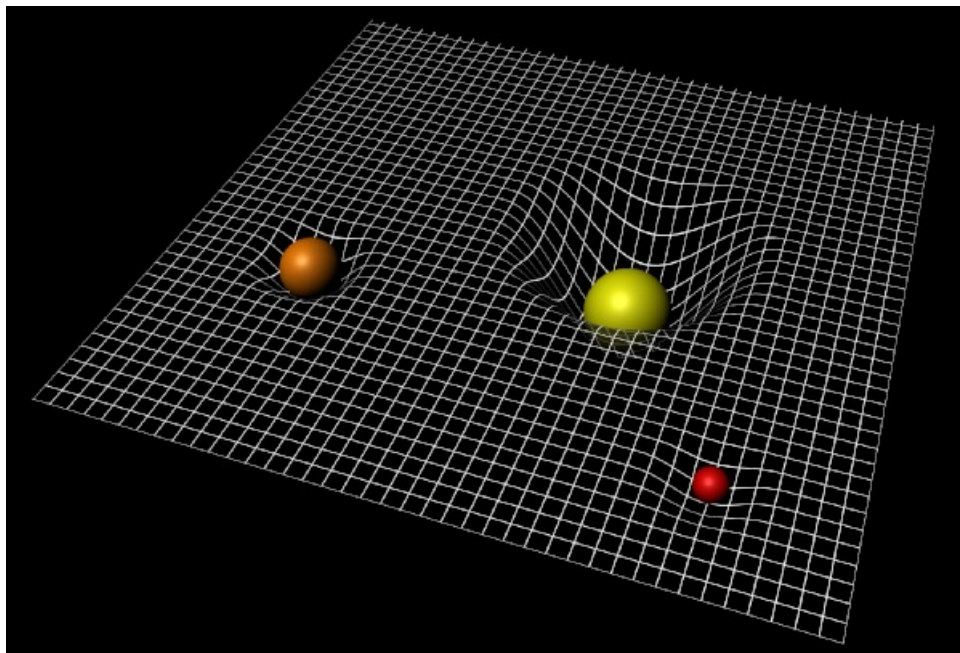
Einstein enseñando en Princeton en 1932.

Un año más tarde se estableció de forma permanente en Princeton, después de que el Partido Nazi en el poder en Alemania promoviera una campaña contra la «ciencia judía». La casa de Einstein fue confiscada y le fue retirada la ciudadanía alemana así como sus cargos en las universidades germanas. Hasta entonces, Einstein se había considerado pacifista, pero cuando Hitler convirtió Alemania en una potencia militar, Einstein empezó a creer que el uso de la fuerza contra Alemania estaba justificado. En 1939, al comenzar la segunda guerra mundial, Einstein empezó a temer que los alemanes pudieran estar desarrollando la capacidad de construir una bomba atómica —una bomba que su propia investigación había hecho posible y por la cual sentía, por tanto, cierta responsabilidad—. Envío una carta al presidente Franklin D. Roosevelt avisándole de esta posibilidad, y urgiéndole a que Estados Unidos emprendiera investigaciones nucleares. La carta, redactada por su amigo y colega Leo Szilard, proporcionó el ímpetu para planear y llevar a cabo el Proyecto Manhattan, que produjo las primeras armas nucleares del mundo. En 1944, Einstein puso a subasta una copia manuscrita de su artículo de 1905 sobre la relatividad especial y donó lo que se obtuvo —seis millones de dólares— para los esfuerzos aliados en la guerra.

Tras la guerra, Einstein continuó implicado en causas y objetivos que le preocupaban. En noviembre de 1952, habiendo mostrado durante muchos

años un decidido apoyo al sionismo, le pidieron que aceptara la presidencia de Israel, una petición que declinó respetuosamente, aduciendo que no era la persona adecuada para este cargo. En abril de 1955, tan solo una semana antes de su muerte, Einstein redactó una carta al filósofo Bertrand Russell en la cual le daba su conformidad para firmar con su nombre un manifiesto urgiendo a todas las naciones a abandonar las armas nucleares.

Einstein murió de un ataque al corazón el 18 de abril de 1955. A lo largo de su vida, intentó comprender los misterios del cosmos sondeándolo con el pensamiento más que confiando en los sentidos. «La verdad de una teoría está en la mente», declaró en cierta ocasión, «no en los ojos».



Visión de Einstein de la acción de cuerpos de gran masa deformando el continuo del espacio-tiempo.

## **EL PRINCIPIO DE LA RELATIVIDAD**

### **SOBRE LA ELECTRODINÁMICA DE CUERPOS EN MOVIMIENTO<sup>[14]</sup>**

Es bien sabido que, cuando se aplica a cuerpos en movimiento, la electrodinámica de Maxwell tal como hoy se entiende normalmente conduce a asimetrías que no parecen ser inherentes a los fenómenos. Tomemos, por ejemplo, la interacción electrodinámica entre un imán y un conductor. Aquí los fenómenos observables dependen solo del movimiento relativo del conductor y el imán, mientras que la visión habitual traza una nítida distinción entre los dos casos, en donde o bien uno u otro de los dos cuerpos está en movimiento. Pues, en efecto, si el imán está en movimiento y el conductor está en reposo, en la vecindad del imán aparece un campo electromagnético con una energía definida que produce una corriente dondequiera que haya localizados elementos del conductor. Pero si el imán está en reposo mientras que el conductor está en movimiento, no hay ningún campo eléctrico en la vecindad del imán, sino más bien una fuerza electromotriz en el conductor a la que no corresponde ninguna energía per se, sino que, suponiendo una igualdad del movimiento relativo en los dos casos, da lugar a corrientes eléctricas de la misma magnitud y el mismo curso que las producidas por las fuerzas eléctricas en el primer caso.

Ejemplos de este tipo, junto con los infructuosos intentos de detectar un movimiento de la Tierra con relación al «medio lumínico», llevan a la conjetura de que ni los fenómenos de la mecánica, ni tampoco los de la electrodinámica tienen propiedades que correspondan al concepto de reposo absoluto. Más bien, las mismas leyes de la electrodinámica y la óptica serán válidas para todos los sistemas de coordenadas en los que rigen las ecuaciones de la mecánica, como ya se ha demostrado para cantidades de primer orden. [15] Elevaremos esta conjetura (cuyo contenido será denominado en adelante «el principio de relatividad») al estatus de un postulado e introduciremos también otro postulado, que es solo aparentemente incompatible con él, a saber, que la luz se propaga siempre en el espacio vacío con una velocidad definida  $V$  que es independiente del estado de movimiento del cuerpo emisor. Estos dos postulados bastan para conseguir una electrodinámica de cuerpos en movimiento simple y consistente basada en la teoría de Maxwell para cuerpos en reposo. La introducción de un «éter lumínico» se mostrará superflua, puesto que la idea que se va a desarrollar aquí no requerirá un «espacio en reposo absoluto» dotado de propiedades especiales, ni asigna un vector velocidad a un punto del espacio vacío donde están teniendo lugar procesos electromagnéticos.

Como toda la electrodinámica, la teoría que va a desarrollarse aquí está basada en la cinemática de un cuerpo rígido, puesto que las afirmaciones de

una teoría semejante tienen que ver con las relaciones entre cuerpos rígidos (sistemas de coordenadas), relojes y procesos electromagnéticos. Una consideración insuficiente de esta circunstancia está en la raíz de las dificultades con las que debe enfrentarse actualmente la electrodinámica de los cuerpos en movimiento.

## A. PARTE CINEMÁTICA

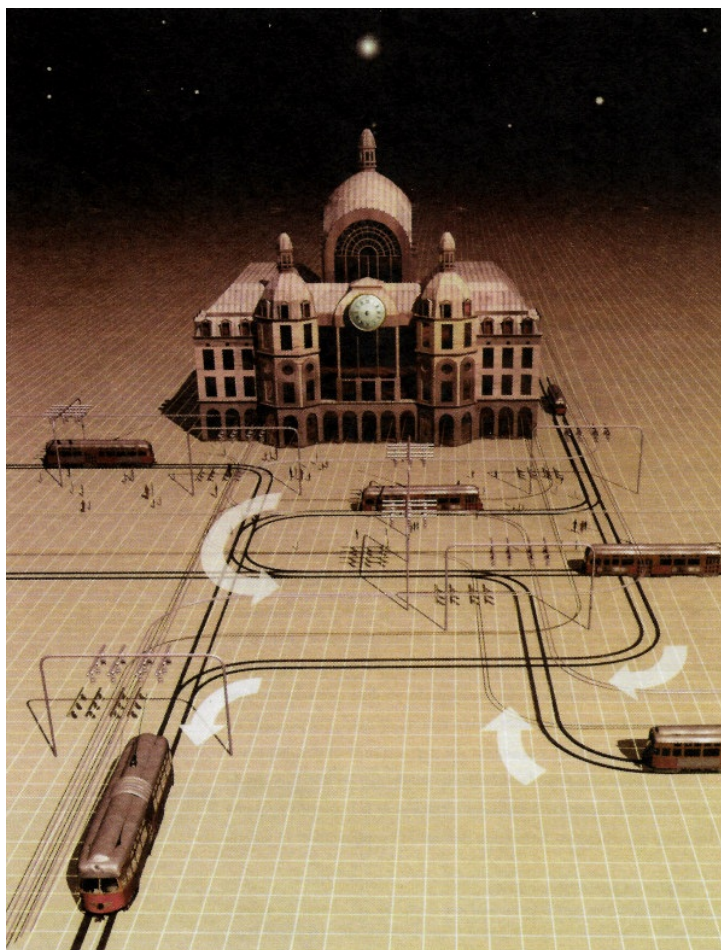
### I. DEFINICIÓN DE SIMULTANEIDAD

Consideremos un sistema de coordenadas en el que son válidas las ecuaciones mecánicas de Newton.<sup>[16]</sup> Para distinguir nominalmente dicho sistema de aquellos que van a introducirse más tarde, y para hacer esta presentación más precisa, le llamaremos «sistema de reposo».

Si una partícula está en reposo con respecto a este sistema de coordenadas, su posición relativa al último puede determinarse por medio de varas de medir rígidas utilizando los métodos de la geometría euclidiana y expresarse en coordenadas cartesianas.

Si queremos describir el *movimiento* de una partícula, damos los valores de sus coordenadas como funciones del tiempo. Sin embargo, debemos tener en cuenta que una descripción matemática de este tipo solo tiene sentido físico si tenemos ya claro lo que entendemos aquí por «tiempo». Debemos tener en cuenta que todos nuestros juicios que implican al tiempo son siempre juicios sobre *sucesos simultáneos*. Si, por ejemplo, yo digo que «el tren llega aquí a las 7 en punto», eso significa, más o menos, «la manecilla pequeña de mi reloj apuntando a las 7 y la llegada del tren son sucesos simultáneos».<sup>[17]</sup>

Podría parecer que todas las dificultades implicadas en la definición de «tiempo» podrían superarse si sustituyo «posición de la manecilla pequeña de mi reloj» por «tiempo». Semejante definición es suficiente si va a definirse un tiempo exclusivamente para el lugar en el que está localizado el reloj; pero la definición ya no es satisfactoria cuando tienen que enlazarse temporalmente series de sucesos que ocurren en localizaciones diferentes, o —lo que es equivalente— cuando hay que evaluar temporalmente sucesos que ocurren en lugares remotos del reloj.



El tiempo podría no ser como una vía de tren moviéndose de A a B, sino una que volviera sobre sí misma o cambiara radicalmente de dirección.

Por supuesto, podríamos contentarnos con evaluar el tiempo de los sucesos estacionando en el origen de las coordenadas a un observador con un reloj; este observador asigna a cada suceso a evaluar la posición correspondiente de las manecillas del reloj cuando a través del espacio vacío le llega una señal luminosa procedente de dicho suceso. Sin embargo, sabemos por experiencia que una coordinación semejante tiene el inconveniente de que no es independiente de la posición del observador con el reloj. Llegamos a un arreglo más práctico mediante el siguiente argumento.

Si existe un reloj en el punto A en el espacio, entonces un observador situado en A puede evaluar el tiempo de los sucesos en la inmediata vecindad de A hallando las posiciones de las manecillas del reloj que son simultáneas con dichos sucesos. Si existe otro reloj en el punto B que se asemeja en todos los aspectos al que hay en A, entonces el tiempo de los sucesos en la inmediata vecindad de B puede ser evaluado por un observador en B. Pero no

es posible comparar el tiempo de un suceso en  $A$  con uno en  $B$  sin una estipulación adicional. Hasta aquí hemos definido solo un «tiempo- $A$ » y un «tiempo- $B$ », pero no un «tiempo» común para  $A$  y  $B$ . El último puede ahora determinarse estableciendo *por definición* que el «tiempo» requerido por la luz para viajar de  $A$  a  $B$  es igual al «tiempo» que requiere para viajar de  $B$  a  $A$ . En efecto, supongamos que un rayo de luz parte de  $A$  hacia  $B$  en un «tiempo- $A$ »  $t_A$ , es reflejado desde  $B$  hacia  $A$  en un «tiempo- $B$ »  $t_B$ , y llega de nuevo a  $A$  en un «tiempo- $A$ »  $t'_A$ . Los dos relojes son sincrónicos por definición si

$$t_B - t_A = t'_A - t_B$$

Suponemos que es posible que esta definición de sincronización esté libre de contradicciones, y que lo esté para puntos en número arbitrario; y por consiguiente son válidas en general las relaciones siguientes:

1. Si el reloj en  $B$  marcha de forma síncrona con el reloj en  $A$ , el reloj en  $A$  marcha de forma síncrona con el reloj en  $B$ .
2. Si el reloj en  $A$  marcha de forma síncrona con el reloj en  $B$  así como con el reloj en  $C$ , entonces los relojes en  $B$  y  $C$  también marchan de forma síncrona uno con relación al otro.

Por medio de ciertos experimentos (mentales) físicos hemos establecido lo que debe entenderse por relojes sincrónicos en reposo relativo y situados en diferentes lugares, y con ello hemos llegado obviamente a definiciones de «síncrono» y «tiempo». El «tiempo» de un suceso es la lectura obtenida simultáneamente de un reloj en reposo situado en el lugar del suceso, que para todas las determinaciones temporales marcha de forma síncrona con un reloj especificado en reposo, y por supuesto con el reloj especificado.

Basados en la experiencia, estipulamos además que la cantidad

$$\frac{2\bar{A}B}{t'_A - t_A} = V$$

es una constante universal (la velocidad de la luz en el espacio vacío).

Es esencial que hayamos definido el tiempo por medio de relojes en reposo en el sistema de reposo; puesto que el tiempo recién definido está relacionado con el sistema en reposo, le llamaremos «el tiempo del sistema de reposo».

## 2. SOBRE LA RELATIVIDAD DE LONGITUDES Y TIEMPOS

Las consideraciones siguientes están basadas en el principio de relatividad y el principio de constancia de la velocidad de la luz. Definimos estos dos principios como sigue:

1. Si los dos sistemas de coordenadas están en movimiento relativo de traslación paralela uniforme, las leyes de acuerdo con las cuales cambian los estados de un sistema físico no dependen de con cuál de los dos sistemas están relacionados dichos cambios.
2. Todo rayo luminoso se mueve en el sistema de coordenadas «de reposo» con una velocidad fija  $V$ , independientemente de si este rayo luminoso sea emitido por un cuerpo en reposo o en movimiento. Por lo tanto,

$$\text{velocidad} = \frac{\text{recorrido de la luz}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

donde «intervalo de tiempo» debería entenderse en el sentido de la definición dada en la sección 1.

Tomemos una vara rígida en reposo; sea 1 su longitud, medida por una vara de medir que está también en reposo. Imaginemos ahora que se coloca el eje de la vara a lo largo del eje  $X$  del sistema de coordenadas en reposo, y que la vara es puesta entonces en movimiento de traslación paralela uniforme (con velocidad  $v$ ) a lo largo del eje  $X$  en la dirección de las  $x$  crecientes. Preguntamos sobre la longitud de la vara de medir, que imaginamos debe establecerse por las dos operaciones siguientes:

(a) El observador se mueve junto con la mencionada vara de medir y la vara rígida a ser medida, y mide la longitud de esta vara tendiendo la vara de medir de la misma manera que si la vara a ser medida, el observador y la vara de medir estuvieran en reposo.

(b) Utilizando relojes en reposo y síncronos en el sistema de reposo como se esbozó en la sección 1, el observador determina en qué puntos del sistema de reposo están situados el principio y el final de la vara a ser medida en algún tiempo  $t$  dado. La distancia entre estos dos puntos, medida con la vara utilizada antes —pero no en reposo— es también una longitud que podemos llamar la «longitud de la vara».

De acuerdo con el principio de relatividad, la longitud determinada por la operación (a), que llamaremos «la longitud de la vara en el sistema en movimiento», debe ser igual a la longitud  $l$  de la vara en reposo.

La longitud determinada utilizando la operación (b), que llamaremos «la longitud de la vara (en movimiento) en el sistema de reposo», será determinada sobre la base de nuestros dos principios, y encontraremos que difiere de  $l$ .

La cinemática actual supone implícitamente que las longitudes determinadas por las dos operaciones anteriores son exactamente iguales entre sí, o, en otras palabras, que en el tiempo  $t$  un cuerpo rígido en movimiento es totalmente reemplazable, en cuanto a su geometría, por el mismo cuerpo cuando está en reposo en una posición concreta.

Además, imaginamos los dos extremos ( $A$  y  $B$ ) de la vara provistos de relojes que son síncronos con los relojes del sistema de reposo, i. e., cuyas lecturas corresponden siempre al «tiempo del sistema de reposo» en las localizaciones que los relojes resultan ocupar; por lo tanto, estos relojes son «síncronos en el sistema de reposo».

Imaginemos además que cada reloj tiene un observador que se mueve con él, y que estos observadores aplican a los dos relojes el criterio para el ritmo síncrono de dos relojes formulado en la sección 1. Sea un rayo de luz que parte de  $A$  en el tiempo  $t_A$ , es reflejado en  $B$  en el tiempo  $t_B$ , y llega de nuevo a  $A$  en el tiempo  $t'_A$ .<sup>[18]</sup> Teniendo en cuenta el principio de relatividad de la velocidad de la luz, encontramos que donde

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{V - v} \quad \text{y} \quad t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{V + v'}$$

$r_{AB}$  denota la longitud de la vara en movimiento, medida en el sistema de reposo. Los observadores que se mueven conjuntamente con la vara encontrarían así que los dos relojes no marchan de forma síncrona, mientras que los observadores en el sistema de reposo les dirían que están marchando de forma síncrona.

Vemos así que no podemos atribuir significado absoluto al concepto de simultaneidad; en su lugar, dos sucesos que son simultáneos cuando son observados desde algún sistema de coordenadas concreto ya no pueden considerarse simultáneos cuando son observados desde un sistema que está en movimiento relativo a dicho sistema.

\* \* \*



La ecuación más famosa de todos los tiempos y la gran firma icónica de Einstein.

## **SOBRE LA INFLUENCIA DE LA GRAVITACIÓN EN LA PROPAGACIÓN DE LA LUZ<sup>[19]</sup>**

En una memoria publicada hace cuatro años<sup>[20]</sup> traté de responder a la pregunta de si la propagación de la luz está influida por la gravitación. Vuelvo a este tema porque mi presentación previa de la cuestión no me satisface; y por una razón más importante, porque ahora veo que una de las consecuencias más importantes de mi primer tratamiento puede ponerse a prueba experimentalmente. En efecto, de la teoría que aquí se expone se sigue que los rayos de luz que pasan cerca del Sol son desviados por el campo gravitatorio de este, de modo que la distancia angular entre el Sol y una estrella fija que parece próxima a él se incrementa aparentemente en casi un segundo de arco.

En el curso de estas reflexiones se obtienen resultados adicionales en relación a la gravitación. Pero como la exposición de todo el grupo de consideraciones sería bastante difícil de seguir, en las páginas que siguen solo se ofrecerán algunas reflexiones muy elementales, a partir de las cuales el lector podrá informarse fácilmente acerca de las hipótesis de la teoría y su línea de razonamiento. Las relaciones aquí deducidas, incluso si el fundamento teórico es correcto, son válidas solo en primera aproximación.



El modelo teórico de Einstein revela que tiempo y espacio son inseparables. Mientras que el tiempo de Newton estaba separado del espacio como si fuera una vía de tren que se extiende hacia el infinito en ambas direcciones, Einstein afirmaba que su teoría de la relatividad mostraba que tiempo y espacio estaban inextricablemente interconectados.

No se puede curvar el espacio sin involucrar también al tiempo. Así que el tiempo tiene una forma. En cualquier caso, como muestra la ilustración anterior, el tiempo parece ir en una sola dirección.

## 1. UNA HIPÓTESIS RESPECTO A LA NATURALEZA FÍSICA DEL CAMPO GRAVITATORIO

En un campo gravitatorio homogéneo (aceleración de la gravedad  $\gamma$ ) sea un sistema de coordenadas estacionario K, orientado de forma que las líneas de fuerza del campo gravitatorio corren en la dirección negativa del eje z. En un espacio libre de gravitación, sea un segundo sistema de coordenadas K', que se mueve con aceleración uniforme ( $\gamma$ ) en la dirección positiva del eje z. Para evitar complicaciones innecesarias, de momento no consideramos la teoría de la relatividad sino que consideramos ambos sistemas desde el punto

de vista acostumbrado en cinemática, y los movimientos que ocurren en ellos desde la mecánica ordinaria.

Con respecto a K, así como con respecto a K', los puntos materiales que están sujetos a la acción de otros puntos materiales se mueven de acuerdo con las ecuaciones

$$\frac{d^2 x_v}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2 y_v}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2 z_v}{dt^2} = -\gamma$$

Para el sistema acelerado K' esto se sigue directamente del principio de Galileo; pero para el sistema K, en reposo en un campo gravitatorio homogéneo, se sigue a partir de la experiencia de que todos los cuerpos en un campo semejante son igual y uniformemente acelerados. Esta experiencia, la de la caída igual de todos los cuerpos en el campo gravitatorio, es una de las más universales que ha ofrecido la observación de la naturaleza; pero a pesar de eso la ley no ha encontrado ningún lugar en el fundamento de nuestro edificio del universo físico.

Pero llegamos a una interpretación muy satisfactoria de esta ley de experiencia, si suponemos que los sistemas K y K' son exactamente equivalentes desde el punto de vista físico; es decir, si suponemos que podemos considerar igualmente bien que el sistema K está en un espacio libre de campos gravitatorios si al mismo tiempo consideramos K' uniformemente acelerado. Esta hipótesis de equivalencia física exacta hace imposible que hablemos de la *aceleración absoluta* del sistema de referencia, de la misma forma que la teoría de la relatividad habitual nos prohíbe hablar de la *velocidad absoluta* de un sistema;<sup>[21]</sup> y hace que la caída igual de todos los cuerpos en un campo gravitatorio parezca una norma.

Mientras nos limitemos a procesos puramente mecánicos en el dominio donde es válida la mecánica de Newton, estamos seguros de la equivalencia de los sistemas K y K'. Pero esta concepción nuestra no tendrá ninguna significación más profunda a menos que los sistemas K y K' sean equivalentes con respecto a todos los procesos físicos, es decir, a menos que las leyes de la naturaleza con respecto a K estén en completo acuerdo con las leyes con respecto a K'. Suponiendo que es así, llegamos a un principio que, si es realmente verdadero, tiene gran importancia heurística, pues por consideración teórica de los procesos que tienen lugar con respecto a un sistema de referencia con aceleración uniforme, obtenemos información acerca del curso de los procesos en un campo gravitatorio homogéneo. Ahora mostraremos, en primer lugar, desde el punto de vista de la teoría de la

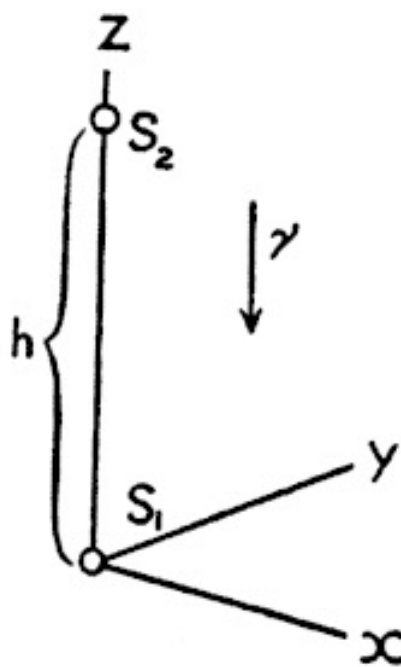
relatividad ordinaria, qué grado de probabilidad es inherente a nuestra hipótesis.

## 2. SOBRE LA GRAVITACIÓN DE LA ENERGÍA

Un resultado de la teoría de la relatividad es que la masa inerte de un cuerpo aumenta con la energía que contiene; si el aumento de energía equivale a  $E$ , el aumento en la masa inerte es igual a  $E/c^2$ , donde  $c$  denota la velocidad de la luz. Ahora bien, ¿hay un aumento de masa gravitatoria correspondiente a este aumento de masa inerte? Si no lo hay, entonces un cuerpo caería en el campo gravitatorio con aceleración variable según la energía que contuviera. Ya no podría mantenerse ese resultado altamente satisfactorio de la teoría de la relatividad por el que la ley de conservación de la masa se fusiona en la ley de conservación de la energía, porque nos veríamos obligados a abandonar la ley de conservación de la masa en su forma antigua para la masa inerte, y mantenerla para la masa gravitatoria.

Pero esto debe considerarse muy improbable. Por otra parte, la teoría de la relatividad habitual no nos proporciona ningún argumento a partir del cual inferir que el peso de un cuerpo depende de la energía contenida en el mismo. Pero demostraremos que nuestra hipótesis de la equivalencia de los sistemas  $K$  y  $K'$  nos da la gravitación de la energía como una consecuencia necesaria.

Sean dos sistemas materiales  $S_1$  y  $S_2$ , provistos de instrumentos de medida, situados en el eje  $z$  de  $K$  a la distancia  $h$  uno de otro,<sup>[22]</sup> de modo que el potencial gravitatorio en  $S_2$  es mayor que el potencial en  $S_1$  en una cantidad  $\gamma h$ . Sea emitida una cantidad definida de energía  $E$  desde  $S_2$  hacia  $S_1$ . Sean medidas las cantidades de energía en  $S_1$  y  $S_2$  por aparatos que — llevados a una misma posición  $z$  en el sistema y comparados allí— serán perfectamente iguales. En cuanto al proceso de esta transmisión de energía por radiación no podemos hacer ninguna afirmación *a priori*,



porque no conocemos la influencia del campo gravitatorio sobre la radiación y los instrumentos de medida en  $S_1$  y  $S_2$ .

Pero por nuestro postulado de la equivalencia de  $K$  y  $K'$ , en lugar del sistema  $K$  en un campo gravitatorio homogéneo, podemos poner el sistema  $K'$  libre de gravitación, que se mueve con aceleración uniforme en la dirección de  $z$  positivo, y con cuyo eje  $z$  están rígidamente conectados los sistemas materiales  $S_1$  y  $S_2$ .

Juzgamos el proceso de la transferencia de energía por radiación de  $S_2$  a  $S_1$  desde un sistema  $K_0$ , que debe estar libre de aceleración. Supongamos que en el instante en que la energía radiante  $E_2$  es emitida desde  $S_2$  hacia  $S_1$ , la velocidad relativa de  $K'$  con respecto a  $K_0$  es cero. La radiación llegará a  $S_1$  cuando haya transcurrido un tiempo  $h/c$  (en primera aproximación). Pero en este instante la velocidad de  $S_1$  con respecto a  $K_0$  es  $y$   $h/c = v$ . Por lo tanto, por la teoría de la relatividad ordinaria la radiación que llega a  $S_1$  no posee la energía  $E_2$  sino una energía mayor  $E_1$ , que está relacionada con  $E_2$ , en primera aproximación, por la ecuación

$$E_1 = E_2 \left(1 + \frac{v}{c}\right) = E_2 \left(1 + \gamma \frac{h}{c^2}\right)$$

Por nuestra hipótesis, exactamente la misma relación es válida si el mismo proceso tiene lugar en el sistema  $K$ , que no está acelerado pero en donde existe un campo gravitatorio. En este caso podemos reemplazar  $y$   $h$  por el potencial  $\Phi$  del vector gravitación en  $S_2$ , si la constante arbitraria de  $\Phi$  en  $S_1$  se hace igual a cero. Entonces tenemos la ecuación

$$E_1 = E_2 + \frac{E_2}{c^2} \Phi$$

Esta ecuación expresa la ley de energía para el proceso bajo observación. La energía  $E_1$  que llega a  $S_1$  es mayor que la energía  $S_2$ , medida por los mismos medios, que fue emitida en  $S_2$ , siendo el exceso la energía potencial de la masa  $E_2/c^2$  en el campo gravitatorio. Se prueba así que para el cumplimiento del principio de la energía tenemos que adscribir a la energía  $E$ , antes de su emisión en  $S_2$ , una energía potencial debida a la gravedad, que corresponde a la masa gravitatoria  $E/c^2$ . Nuestra hipótesis de la equivalencia de  $K$  y  $K'$  elimina así la dificultad mencionada al principio de esta sección y que la teoría de la relatividad ordinaria deja sin resolver.

El significado de este resultado se muestra de manera particularmente clara si consideramos el siguiente ciclo de operaciones:

1. La energía  $E$ , medida en  $S_2$ , es emitida en forma de radiación de  $S_2$ , hacia  $S_1$  donde, por el resultado recién obtenido, se absorbe la energía  $E(1 + \gamma h/c^2)$ , medida en  $S_1$ .
2. Se hace descender un cuerpo  $W$  de masa  $M$  desde  $S_2$  a  $S_1$ , haciéndose un trabajo  $M\gamma h$  en el proceso.
3. La energía  $E$  es transferida desde  $S_1$  al cuerpo  $W$  mientras  $W$  está en  $S_1$ . Cámbiese por ello la masa  $M$  de modo que adquiere el valor  $M'$ .
4. Sea elevado de nuevo  $W$  hasta  $S_2$ , haciéndose un trabajo  $M'\gamma h$  en este proceso.
5. Sea  $E$  transferida de vuelta de  $W$  a  $S_2$ .

El efecto de este ciclo es simplemente que  $S_1$  ha experimentado el incremento de energía  $E + \gamma h/c^2$ , y que la cantidad de energía  $M'\gamma h - M\gamma h$  ha sido transmitida al sistema en forma de trabajo mecánico. Por el principio de la energía, debemos tener

$$E + \gamma \frac{h}{c^2} = M'\gamma h - M\gamma h$$

o

$$M' - M = \frac{E}{c^2} \dots$$

El incremento en la masa *gravitatoria* es así igual a  $E/c^2$ , y por consiguiente igual al incremento en masa *inerte* dado por la teoría de la relatividad.

El resultado se desprende aún más directamente de la equivalencia de los sistemas  $K$  y  $K'$ , según la cual la masa gravitatoria respecto de  $K$  es exactamente igual a la masa inerte respecto de  $K'$ ; la energía debe por lo tanto poseer una masa *gravitatoria* que es igual a su masa *inerte*. Si se suspende una masa  $M_0$  de una balanza de resorte en el sistema  $K'$ , la balanza indicará el peso aparente  $M_0\gamma$  debido a la inercia de  $M_0$ . Si se transfiere a  $M_0$  la cantidad de energía  $E$ , la balanza de resorte, por la ley de inercia de la energía, indicará  $(M_0 + E/c^2)\gamma$ . Por nuestra hipótesis fundamental, exactamente lo mismo debe

ocurrir cuando se repite el experimento en el sistema K, es decir, en el campo gravitatorio.

### 3. TIEMPO Y VELOCIDAD DE LA LUZ EN EL CAMPO GRAVITATORIO

Si la radiación emitida en el sistema uniformemente acelerado K' en S<sub>2</sub> hacia S<sub>1</sub> tenía la frecuencia  $\nu_2$ , con relación al reloj en S<sub>2</sub>, entonces, a su llegada a S<sub>1</sub> ya no tiene la frecuencia  $\nu_2$ , con relación a un reloj idéntico en S<sub>1</sub> sino una frecuencia mayor  $\nu_1$ , tal que en primera aproximación

$$\nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \gamma \frac{h}{c^2} \right)$$

En efecto, si introducimos otra vez el sistema de referencia no acelerado K<sub>0</sub>, con respecto al cual, en el instante de la emisión de luz, K' no tiene velocidad, entonces S<sub>1</sub>, en el instante de llegada de la radiación a S<sub>1</sub>, tiene la velocidad  $\gamma h/c$  con respecto a K<sub>0</sub>, de lo que, por el principio de Doppler, resulta inmediatamente la relación dada.

De acuerdo con nuestra hipótesis de la equivalencia de los sistemas K y K', esta ecuación también es válida para el sistema de coordenadas estacionario K, en donde hay un campo gravitatorio uniforme, si en el mismo tiene lugar la transferencia por radiación tal como se ha descrito. Se sigue, entonces, que un rayo luminoso emitido en S<sub>2</sub> con un potencial gravitatorio definido, y que posee en su emisión la frecuencia  $\nu_2$  —comparada con un reloj en S<sub>2</sub>— poseerá, a su llegada a S<sub>1</sub>, una frecuencia diferente  $\nu_1$  —medida por un reloj idéntico en S<sub>1</sub>—. Para  $\gamma$  y  $h$  sustituimos el potencial gravitatorio  $\Phi$  de S<sub>2</sub> —tomando como cero el de S<sub>1</sub>— y suponemos que la relación que hemos deducido para el campo gravitatorio homogéneo es también válida para otras formas de campo. Entonces

$$\nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right)$$

Este resultado (que por nuestra deducción es válido en primera aproximación) permite, en primer lugar, la siguiente aplicación. Sea  $\nu_0$  el número de vibración de un generador de luz elemental, medido por un delicado reloj en el mismo lugar. Imaginemos a ambos en un lugar en la

superficie del Sol (donde está localizado nuestro  $S_2$ ). De la luz allí emitida, una porción alcanza la Tierra ( $S_1$ ), donde medimos la frecuencia de la luz que llega con un reloj U que se parece en todo al recién mencionado. Entonces

$$\nu = \nu_0 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right)$$

donde  $\Phi$  es la diferencia (negativa) de potencial gravitatorio entre la superficie del Sol y la Tierra. Así pues, de acuerdo con nuestra idea, las líneas espectrales de la luz solar deben estar algo desplazadas hacia el rojo, comparadas con las correspondientes líneas espectrales de las fuentes de luz terrestres, en la cantidad relativa

$$\frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0} = -\frac{\Phi}{c^2} = 2,10^{-6}$$

Si se conocieran exactamente las condiciones en las que aparecen las bandas solares, este desplazamiento sería susceptible de ser medido. Pero dado que otras influencias (presión, temperatura) afectan a la posición de los centros de las líneas espectrales, es difícil descubrir si realmente existe la influencia inferida del potencial gravitatorio.<sup>[23]</sup>



¿Es el tiempo reversible? Parece que hay pocos argumentos a favor y un cosmos en contra de ello.

En una consideración superficial la ecuación (2), respectivamente la (2a),<sup>[24]</sup> parece afirmar un absurdo. Si existe transmisión constante de luz de

$S_2$  a  $S_1$ , ¿cómo puede llegar a  $S_1$  cualquier otro número de períodos por segundo distinto del emitido en  $S_2$ ? Pero la respuesta es sencilla. No podemos considerar  $\nu_2$  o, respectivamente  $\nu_1$ , simplemente como frecuencias (como número de períodos por segundo) puesto que aún no hemos determinado el tiempo en el sistema  $K$ . Lo que denota  $\nu_2$  es el número de períodos con referencia a la unidad de tiempo del reloj  $U$  en  $S_2$ , mientras que  $\nu_1$  denota el número de períodos por segundo con referencia al reloj idéntico en  $S_1$ . Nada nos obliga a suponer que haya que considerar que los relojes  $U$  en potenciales gravitatorios diferentes marchan al mismo ritmo. Por el contrario, debemos ciertamente definir el tiempo en  $K$  de tal manera que el número de crestas y vientos de onda entre  $S_2$  y  $S_1$  sea independiente del valor absoluto del tiempo; pues el proceso bajo observación es por naturaleza estacionario. Si no satisficiéramos esta condición llegaríamos a una definición de tiempo por aplicación de la cual el tiempo se fusionaría explícitamente en las leyes de la naturaleza, y esto ciertamente sería poco natural y poco práctico. Por consiguiente, los dos relojes en  $S_1$  y  $S_2$  no dan ambos el «tiempo» correctamente. Si medimos el tiempo en  $S_1$  con el reloj  $U$ , entonces debemos medir el tiempo en  $S_2$  con un reloj que marcha  $1 + \Phi/c^2$  veces más lentamente que el reloj  $U$  cuando se compara con  $U$  en uno y el mismo lugar. Pues cuando se mide por dicho reloj, la frecuencia del rayo de luz antes considerado es en su emisión en  $S_2$

$$\nu_2 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right)$$

y por consiguiente es, por (2a),<sup>[25]</sup> igual a la frecuencia  $\nu_1$  del mismo rayo de luz a su llegada a  $S_1$ .

Esto tiene una consecuencia de fundamental importancia para nuestra teoría. Pues si medimos la velocidad de la luz en diferentes lugares en el sistema acelerado y libre de gravitación  $K'$ , empleando relojes  $U$  de idéntica constitución, obtenemos la misma magnitud en todos estos lugares. Lo mismo es válido, por nuestra hipótesis fundamental, también para el sistema  $K$ . Pero por lo que se acaba de decir, debemos utilizar relojes de diferente constitución para medir el tiempo en lugares con diferente potencial gravitatorio. Para medir el tiempo en un lugar que, con respecto al origen de coordenadas, tiene el potencial gravitatorio  $\Phi$  debemos emplear un reloj que —cuando se lleva al origen de coordenadas— va  $(1 + \Phi/c^2)$  veces más lento que el reloj utilizado para medir el tiempo en el origen de coordenadas. Si llamamos  $c_0$  a la

velocidad de la luz en el origen de coordenadas, entonces la velocidad de la luz  $c$  en un lugar con el potencial gravitatorio  $\Phi$  estará dada por la relación

$$c = c_0 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right)$$

El principio de constancia de la velocidad de la luz es válido según esta teoría en una forma diferente de la que normalmente subyace a la teoría de la relatividad ordinaria.



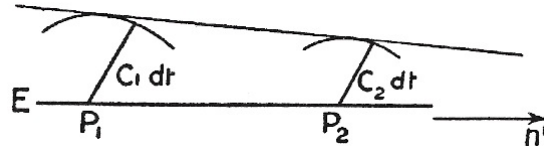
Una nave espacial adelanta a un astronauta de derecha a izquierda a  $4/5$  de la velocidad de la luz. Un pulso de luz emitido por un miembro de la tripulación de mantenimiento se refleja de vuelta hacia el trabajador.

Tanto el observador astronauta como los que están en la nave ven la luz. Los diferentes observadores discreparán sobre la distancia recorrida por la luz reflejada.

Según Einstein, la velocidad de la luz es la misma para todos los observadores que se mueven libremente, incluso si cada uno de ellos experimenta que la luz viaja a velocidades diferentes.

## 4. CURVATURA DE RAYOS LUMINOSOS EN EL CAMPO GRAVITATORIO

A partir de la proposición que se acaba de demostrar, que la velocidad de la luz en el campo gravitatorio es función del lugar, podemos inferir fácilmente, por medio del principio de Huygens, que los rayos luminosos que se propagan a través de un campo gravitatorio sufren una desviación. En efecto, sea E un frente de onda de una onda luminosa plana en el instante  $t$ , y sean  $P_1$  y  $P_2$  dos puntos en dicho plano a distancia unidad uno de otro.



$P_1$  y  $P_2$  están en el plano del papel, que se escoge de modo que el coeficiente diferencial de  $\Phi$ , tomado en la dirección de la normal al plano, se anula, y por consiguiente también lo hace el de  $c$ . Obtenemos el correspondiente frente de onda en el instante  $t + dt$ , o, más bien, su línea de intersección con el plano del papel, describiendo círculos alrededor de los puntos  $P_1$  y  $P_2$  con radios  $c_1 dt$  y  $c_2 dt$ , respectivamente; donde  $c_1$  y  $c_2$  denotan la velocidad de la luz en los puntos  $P_1$  y  $P_2$ , respectivamente, y trazando la tangente a dichos círculos. El ángulo en que se desvía el rayo de luz en el camino  $c dt$  es por consiguiente

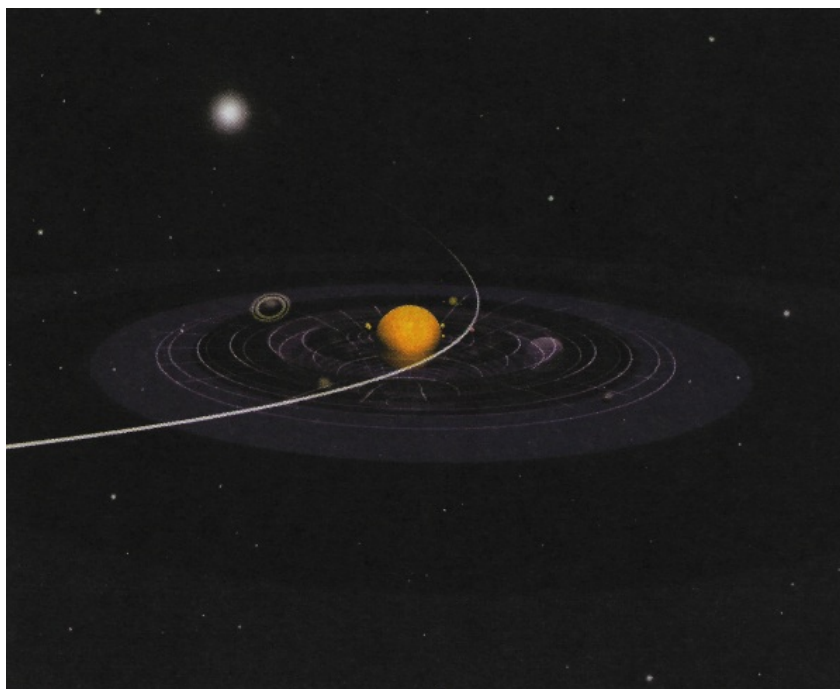
$$(c_1 - c_2) dt = \frac{\partial c}{\partial n'} dt$$

si medimos el ángulo positivamente cuando el rayo se curva hacia el lado de  $n'$  creciente. El ángulo de desviación por unidad de camino del rayo luminoso es por lo tanto

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial n'}, \text{ o por (3), } -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \quad [26]$$

Finalmente, obtenemos para la desviación que experimenta un rayo luminoso hacia el lado  $n'$  en cualquier trayectoria ( $s$ ) la expresión

$$a = -\frac{1}{c^2} \int \frac{\partial \Phi}{\partial n'} ds$$



El campo gravitatorio de un cuerpo muy masivo como el Sol deforma la trayectoria de la luz procedente de una estrella distante.

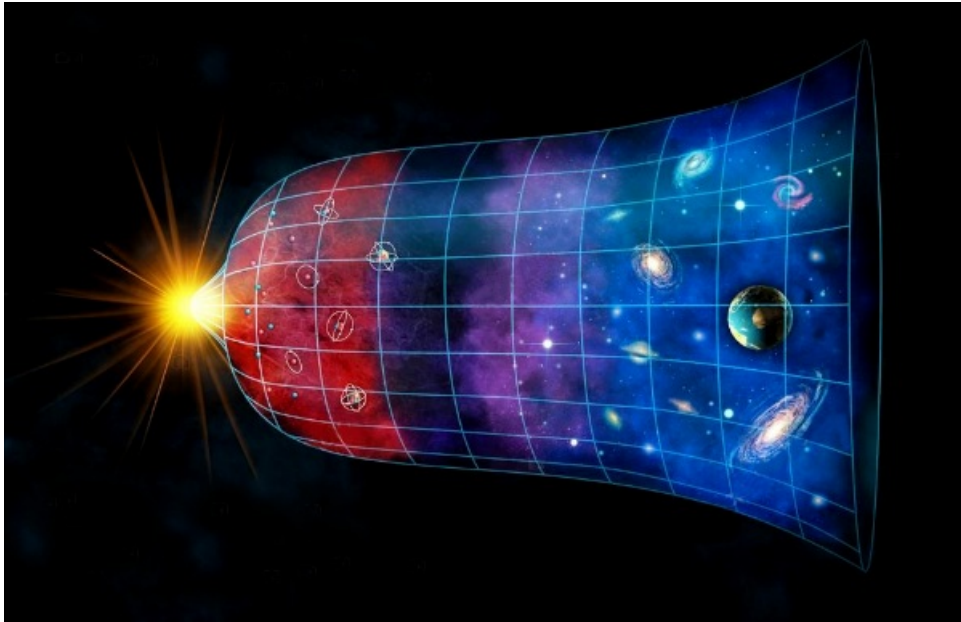
Podríamos haber obtenido el mismo resultado directamente considerando la propagación de un rayo luminoso en el sistema uniformemente acelerado  $K'$ , y trasladando el resultado al sistema  $K$ , y de allí al caso de un campo gravitatorio de cualquier forma.

Por la ecuación (4)<sup>[27]</sup> un rayo de luz que pasa junto a un cuerpo celeste sufre una desviación hacia el lado del potencial gravitatorio decreciente, es decir, el lado dirigido hacia el cuerpo celeste, de magnitud

$$a = -\frac{1}{c^2} \int_{\theta=\frac{1}{2}\pi}^{\theta=\frac{3}{2}\pi} \frac{kM}{r^2} \cos \theta \, ds = 2 \frac{kM}{r^2 \Delta}$$

donde  $k$  denota la constante de gravitación,  $M$  la masa del cuerpo celeste,  $\Delta$  la distancia del rayo al centro del cuerpo. En consecuencia, un rayo de luz que pasa junto al Sol sufre una desviación de  $4,10^{-6} = 0,83$  segundos de arco. La distancia angular de la estrella al centro del Sol parece estar aumentada en esta cantidad. Puesto que las estrellas fijas en regiones del cielo próximas al Sol son visibles durante los eclipses totales de Sol, esta consecuencia de la teoría puede compararse con la experiencia. Con el planeta Júpiter el desplazamiento esperado llega a aproximadamente 1/100 de la cantidad dada. Sería deseable que los astrónomos asumieran la cuestión aquí planteada. Pues, aparte de cualquier teoría, está la cuestión de si es posible detectar con los

equipos actualmente disponibles una influencia de los campos gravitatorios en la propagación de la luz.



El modelo estándar de la vida y muerte de nuestro universo. Sin el trabajo teórico de Einstein este modelo no hubiera sido matemáticamente posible.

En esta ilustración, de izquierda a derecha: billonésimas de segundo después del Big Bang, el universo se hincha desde un tamaño menor que el de un átomo con la masa de una bolsa de azúcar hasta el tamaño de una galaxia. El universo continúa expandiéndose mientras las galaxias y, finalmente, los átomos y partículas se separan cada vez más hasta que el universo entero está en un vacío agotado y estéril. Un segundo modelo sugiere que la aceleración se detiene finalmente y el universo colapsa bajo las fuerzas gravitatorias en un enorme agujero negro y el Big Crunch.

## **EL FUNDAMENTO DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD GENERAL<sup>[28]</sup>**

### **A. CONSIDERACIONES FUNDAMENTALES SOBRE EL POSTULADO DE RELATIVIDAD**

#### **1. OBSERVACIONES SOBRE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL**

La teoría de la relatividad especial se basa en el siguiente postulado, que también es satisfecho por la mecánica de Galileo y Newton.

Si se escoge un sistema de coordenadas  $K$  con relación al cual son válidas las leyes físicas en su forma más simple, las mismas leyes son también válidas con relación a cualquier otro sistema de coordenadas  $K'$  que se mueve con movimiento de traslación uniforme con respecto a  $K$ . Llamamos a este postulado el «principio de relatividad especial». La palabra «especial» quiere dar a entender que el principio está restringido al caso en que  $K'$  tiene un movimiento de traslación uniforme con respecto a  $K$ , pero que la equivalencia de  $K'$  y  $K$  no se extiende al caso de movimiento no uniforme de  $K'$  con respecto a  $K$ .

Así pues, la teoría de la relatividad especial no se aparta de la mecánica clásica por el postulado de relatividad, sino por el postulado de la constancia de la velocidad de la luz *in vacuo*, a partir del cual, en combinación con el principio de relatividad especial, se sigue, en la forma bien conocida, la relatividad de la simultaneidad, la transformación lorentziana y las leyes relacionadas para el comportamiento de cuerpos y relojes en movimiento.

La modificación a la que la teoría de la relatividad especial ha sometido a la teoría del espacio y el tiempo es realmente de largo alcance, pero hay un punto importante que ha permanecido inalterado. Pues las leyes de la geometría, incluso según la teoría de la relatividad especial, tienen que ser interpretadas directamente como leyes relacionadas con las posibles posiciones relativas de cuerpos sólidos en reposo; y, de una manera más general, las leyes de la cinemática deben interpretarse como leyes que describen las relaciones de medida de cuerpos y relojes. A dos puntos materiales seleccionados de un cuerpo rígido estacionario corresponde siempre una distancia de longitud bien definida, que es independiente de la localización y orientación del cuerpo, y es también independiente del tiempo. A dos posiciones seleccionadas de las manecillas de un reloj en reposo con respecto a un sistema de referencia privilegiado, corresponde siempre un intervalo de tiempo de longitud definida, que es independiente del lugar y el tiempo. Pronto veremos que la teoría de la relatividad especial no puede adherirse a esta interpretación física sencilla del espacio y el tiempo.



Las historias teóricas del universo: la membrana plana (primera figura), indica la necesidad de especificar un contorno, tal como se veía la Tierra cuando se creía que era plana. Si el universo se prolonga al infinito como una silla de montar (tercera figura) nos hallamos de nuevo ante el problema de especificar las condiciones de contorno en el infinito. Si todas las historias del universo en el tiempo imaginario son superficies cerradas como la de la Tierra, no hay ninguna necesidad de especificar condiciones de contorno. Después de Einstein, con la moderna teoría de cuerdas (cuarta figura) concebimos múltiples dimensiones dentro de un mundo de membranas.

## 2. LA NECESIDAD DE UNA EXTENSIÓN DEL POSTULADO DE RELATIVIDAD

En mecánica clásica, y no menos en la teoría de la relatividad especial, existe un defecto epistemológico inherente que fue señalado claramente, quizá por primera vez, por Ernst Mach. Lo discutiremos mediante el siguiente ejemplo: dos cuerpos fluidos del mismo tamaño y naturaleza se mantienen libremente en el espacio a una distancia tan grande uno de otro y de todas las demás masas que solo hay que tener en cuenta aquellas fuerzas gravitatorias que aparecen a partir de la interacción de diferentes partes del mismo cuerpo. Sea invariable la distancia entre los dos cuerpos, y supongamos que en

ninguno de los dos cuerpos hay movimientos relativos de unas partes con respecto a otras. Pero supongamos que una de las dos masas, juzgada por un observador en reposo con respecto a la otra masa, rota con velocidad angular constante alrededor de la línea que une ambas masas. Este es un movimiento relativo verificable de los dos cuerpos. Imaginemos ahora que cada uno de los cuerpos ha sido examinado por medio de instrumentos de medida en reposo con respecto al mismo, y que se muestra que la superficie de  $S_1$  es una esfera y la de  $S_2$  es un elipsoide de revolución. Acto seguido planteamos la pregunta: ¿cuál es la razón de esta diferencia entre los dos cuerpos? Ninguna respuesta puede admitirse como epistemológica satisfactoria,<sup>[29]</sup> a menos que la razón dada sea un *hecho de experiencia observable*. La ley de causalidad no tiene el significado de un enunciado acerca del mundo de la experiencia, excepto cuando *hechos observables* aparecen en última instancia como causas y efectos.

La mecánica newtoniana no da una respuesta satisfactoria a esta pregunta. Se pronuncia como sigue: las leyes de la mecánica se aplican al espacio  $R_1$ , con respecto al cual el cuerpo  $S_1$  está en reposo, pero no al espacio  $R_2$  con respecto al cual el cuerpo  $S_2$  está en reposo. Pero el espacio privilegiado  $R_1$  de Galileo, así introducido, es una causa meramente *fáctica*, y no algo que pueda ser observado. Es evidente, por lo tanto, que la mecánica de Newton no satisface realmente el requisito de causalidad en el caso bajo consideración, sino que lo hace solo aparentemente, puesto que hace a la causa facticia  $R_1$  responsable de la diferencia observable en los cuerpos  $S_1$  y  $S_2$ .

La única respuesta satisfactoria debe ser que el sistema físico consistente en  $S_1$  y  $S_2$  no revela dentro de sí mismo ninguna causa imaginable a la que pueda remitirse el diferente comportamiento de  $S_1$  y  $S_2$ . Por consiguiente, la causa debe estar fuera de este sistema. Tenemos que asumir que las leyes generales de movimiento, que en particular determinan las formas de  $S_1$  y  $S_2$ , deben ser tales que el comportamiento mecánico de  $S_1$  y  $S_2$  está condicionado en parte, y en aspectos muy esenciales, por masas distantes que no han sido incluidas en el sistema bajo consideración. Estas masas distantes y sus movimientos con respecto a  $S_1$  y  $S_2$  deben considerarse entonces como la sede de las causas (que deben ser susceptibles de observación) del diferente comportamiento de nuestros dos cuerpos  $S_1$  y  $S_2$ . Ellas asumen el papel de la causa facticia  $R$ . De todos los espacios imaginables  $R_1$ ,  $R_2$ , etc., en cualquier tipo de movimiento relativo mutuo, no existe ninguno que podamos considerar privilegiado *a priori* sin reavivar la objeción epistemológica antes mencionada. *Las leyes de la física deben ser de tal naturaleza que se aplican*

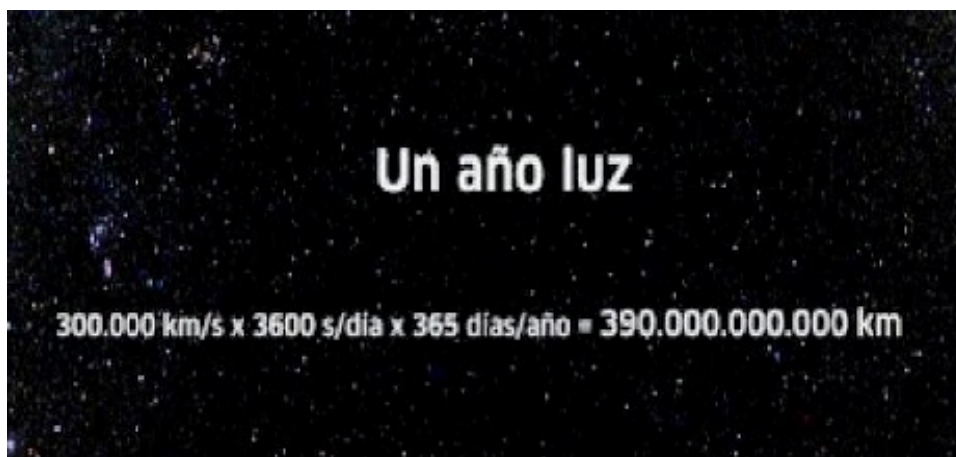
*a sistemas de referencia en cualquier tipo de movimiento.* Por este camino llegamos a una extensión del postulado de relatividad.

Además de este poderoso argumento de la teoría del conocimiento, existe un hecho físico bien conocido en favor de una extensión de la teoría de la relatividad. Sea K un sistema de referencia galileano, i. e. un sistema con respecto al cual (al menos en la región tetradimensional en consideración) una masa, suficientemente distante de otras masas, se mueve con movimiento uniforme en línea recta. Sea K', un segundo sistema de referencia que se mueve con respecto a K con traslación *uniformemente acelerada*. Entonces, con respecto a K', una masa suficientemente distante de otras masas tendría un movimiento acelerado tal que la magnitud y dirección de su aceleración son independientes de la composición material y estado físico de la masa.

¿Permite esto a un observador en reposo con respecto a K' inferir que él está en un sistema de referencia «realmente» acelerado? La respuesta es negativa; pues la relación antes mencionada de masas libremente movibles respecto a K' puede interpretarse igualmente bien de la siguiente manera. El sistema de referencia K' no está acelerado, pero el territorio espacio-temporal en cuestión está bajo el dominio de un campo gravitatorio que genera el movimiento acelerado de los cuerpos con respecto a K'.

Esta visión se hace posible para nosotros por la enseñanza de la experiencia acerca de la existencia de un campo de fuerzas, a saber, el campo gravitatorio, que posee la extraordinaria propiedad de impartir la misma aceleración a todos los cuerpos.<sup>[30]</sup> El comportamiento mecánico de los cuerpos con respecto a K' es el mismo que se presenta a la experiencia en el caso de sistemas que solemos considerar como «estacionarios» o como «privilegiados». Por consiguiente, desde el punto de vista físico, se sugiere inmediatamente la hipótesis de que los sistemas K y K' deben ser ambos considerados con igual derecho como «estacionarios», es decir, tienen el mismo título como sistemas de referencia para la descripción física de los fenómenos.

Se verá a partir de estas reflexiones que al seguir la teoría de la relatividad general nos veremos llevados a una teoría de la gravitación, puesto que podemos «producir» un campo gravitatorio cambiando meramente el sistema de coordenadas. También será obvio que el principio de la constancia de la velocidad de la luz *in vacuo* debe ser modificado, puesto que fácilmente reconocemos que la trayectoria de un rayo luminoso con respecto a K' debe ser en general curvilínea, si con respecto a K la luz se propaga en línea recta con una velocidad constante definida.



La relatividad depende de la constante de la velocidad de la luz (300 000 kilómetros por segundo). En un año recorre 9,46 billones de kilómetros. Esto es un año luz, que equivale a 63,249 unidades astronómicas (la distancia de la Tierra al Sol). Plutón, el planeta más alejado de nuestro sistema solar, está a una distancia de 49,3 unidades astronómicas, mientras que la estrella más cercana es Alpha Centauri, a 4,3 años luz de nosotros. El límite de la Vía Láctea, nuestra propia galaxia, está a cincuenta mil años luz de distancia, mientras que la galaxia más cercana, Andrómeda, está a 2,3 millones de años luz. Muchas de las estrellas que podemos distinguir a simple vista no están a más de mil años luz.

### **3. EL CONTINUO ESPACIO-TEMPORAL.**

#### **REQUISITO DE COVARIANCIA GENERAL PARA LAS ECUACIONES QUE EXPRESAN LAS LEYES GENERALES DE LA NATURALEZA**

En mecánica clásica, así como en la teoría de la relatividad especial, las coordenadas de espacio y tiempo tienen un significado físico directo. Decir que un suceso tiene  $x_1$  como coordenada  $X_1$  significa que la proyección del suceso sobre el eje de  $X_1$ , determinada por reglas de medir rígidas y de acuerdo con las reglas de la geometría euclidiana, se obtiene colocando una regla de medir dada (la unidad de longitud)  $x_1$  veces a partir del origen de coordenadas a lo largo del eje de  $X_1$ . Decir que un suceso puntual tiene  $x_4 = t$  como coordenada  $X_4$  significa que un reloj estándar, construido para medir el tiempo con un período unidad definido, y que es estacionario con respecto al sistema de coordenadas y prácticamente coincidente en el espacio con el suceso puntual,<sup>[31]</sup> habrá medido  $x_4 = t$  períodos en la ocurrencia del suceso.

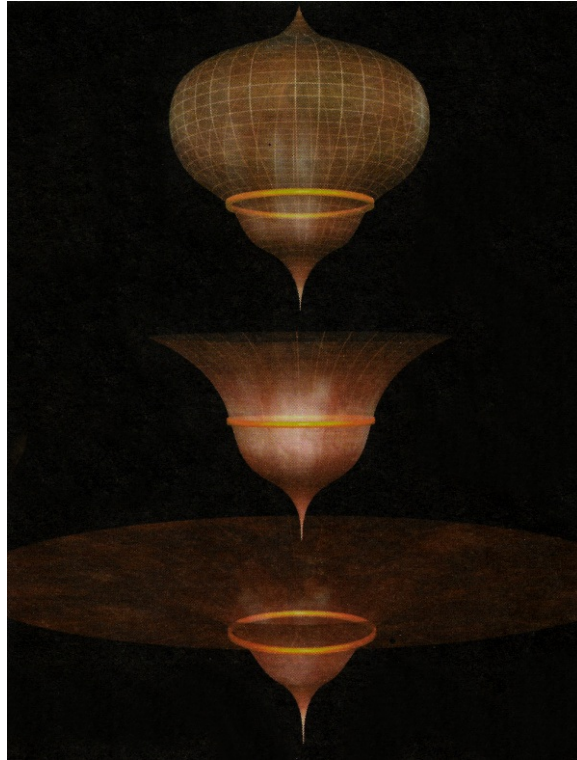
Esta idea del espacio y el tiempo ha estado siempre en la mente de los físicos, incluso si, como regla, no han sido conscientes de ella. Está claro a partir del papel que estos conceptos desempeñan en las medidas físicas; también debe subyacer a las reflexiones del lector sobre la sección precedente

(2) para conectar cualquier significado con lo que allí ha leído. Pero ahora demostraremos que debemos dejarla de lado y reemplazarla por una visión más general para poder completar el postulado de relatividad general, si la teoría de la relatividad especial se aplica al caso especial de ausencia de un campo gravitatorio.

En un espacio que está libre de campos gravitatorios introducimos un sistema de referencia galileano  $K(x, y, z, t)$ , y también un sistema de coordenadas  $K'(x', y', z', t')$  en rotación uniforme con respecto a  $K$ . Consideramos que los orígenes de ambos sistemas así como sus ejes  $Z$  coinciden en todo momento. Demostraremos que para una medida espacio-temporal en el sistema  $K'$  no puede mantenerse la definición anterior del significado físico de longitudes y tiempos. Por razones de simetría es evidente que un círculo alrededor del origen en el plano  $X, Y$  de  $K$  puede considerarse al mismo tiempo como un círculo en el plano  $X', Y'$  de  $K'$ . Supongamos que la circunferencia y el diámetro de este círculo han sido medidos con una medida unidad infinitamente pequeña comparada con el radio, y que tenemos el cociente de ambos resultados. Si este experimento se realizara con una regla de medir en reposo con respecto al sistema galileano  $K$ , el cociente sería  $\pi$ . Con una regla de medir en reposo con respecto a  $K'$ , el cociente sería mayor que  $\pi$ . Esto se entiende inmediatamente si concebimos el proceso global de medir desde el sistema «estacionario»  $K$ , y tenemos en consideración que la regla de medir aplicada a la periferia sufre una contracción lorentziana, mientras que la aplicada a lo largo del radio no la sufre. Por lo tanto, la geometría euclidiana no se aplica a  $K'$ . La noción de coordenadas definida más arriba, que presupone la validez de la geometría euclidiana, deja de ser válida por consiguiente en relación al sistema  $K'$ . Así, también, somos incapaces de introducir un tiempo correspondiente a los requisitos físicos en  $K'$ , indicado por relojes en reposo con respecto a  $K'$ . Para convencernos de esta imposibilidad, imaginemos dos relojes de idéntica constitución colocados uno en el origen de coordenadas y el otro en la circunferencia del círculo, y ambos concebidos desde el sistema «estacionario»  $K$ . Por un resultado familiar de la teoría de la relatividad especial, el reloj en la circunferencia —juzgado desde  $K$ — marcha más lento que el otro, porque el primero está en movimiento y el último en reposo. Un observador en el origen común de coordenadas, capaz de observar el reloj en la circunferencia por medio de luz, vería por consiguiente que se retrasa respecto al reloj que tiene ante él. Puesto que él no estará preparado para admitir que la velocidad de la luz a lo largo del camino en cuestión dependa

explícitamente del tiempo, interpretará sus observaciones como algo que demuestra que el reloj en la circunferencia «realmente» marcha más lento que el reloj en el origen. Por lo tanto, se verá obligado a definir el tiempo de tal manera que la marcha de un reloj depende de dónde pueda estar el reloj.

Por consiguiente, llegamos a este resultado: en la teoría de la relatividad general, el espacio y el tiempo no pueden definirse de manera tal que las diferencias de las coordenadas espaciales puedan medirse directamente por la regla de medir unidad, ni las diferencias en la coordenada temporal por un reloj estándar.



**Tres modelos de universo: su inflación, expansión y contracción.**

**ARRIBA:** Un universo que sufre una expansión repentina pero cae de nuevo sobre sí mismo para crear un Big Crunch con un agujero negro masivo.

**EN MEDIO:** Un universo que parece ser como el nuestro, en el que hay una segunda expansión acelerada que podría continuar hasta que el universo se convierte en un vacío agotado y sin vida, o como el punto final de un agujero negro.

**ABAJO:** Un universo que se expande en el inicio de su vida y lo sigue haciendo sin llegar a crear sistemas galácticos o estrellas importantes. El círculo naranja en cada ilustración representa el punto en el que sucede la mayor expansión acelerada.

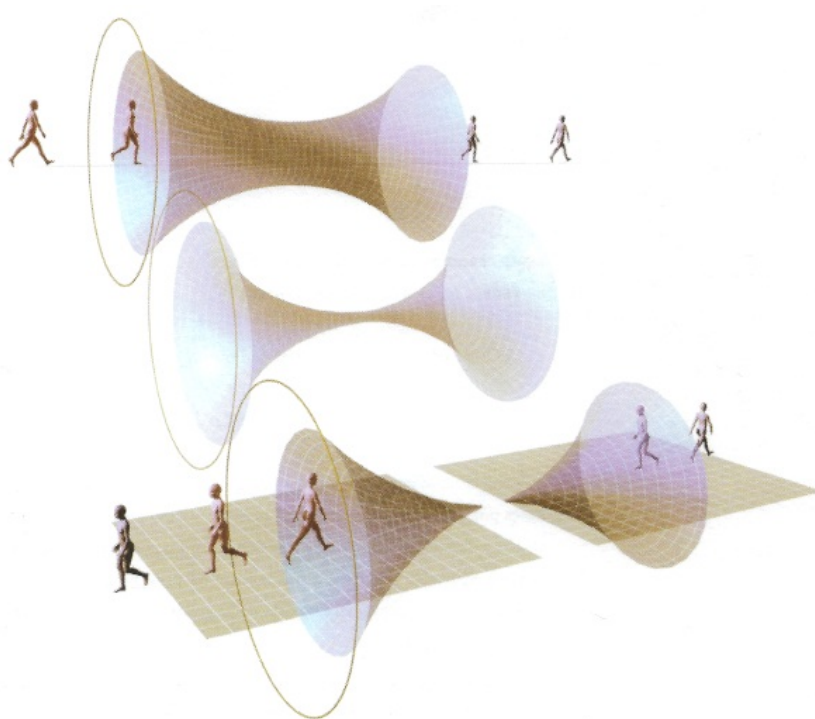
El método empleado hasta ahora para tender coordenadas en el continuo espacio-temporal de una manera definida deja así de ser válido, y parece que no hubiera otra forma que nos permitiera adaptar sistemas de coordenadas al universo tetradimensional, de modo que pudiéramos esperar de su aplicación una formulación particularmente simple de las leyes de la naturaleza. De modo que no hay nada sino considerar todos los sistemas de coordenadas imaginables, en principio, como igualmente adecuados para la descripción de la naturaleza. Esto viene a exigir que:

*Las leyes generales de la naturaleza deben expresarse por ecuaciones que sean válidas para todos los sistemas de coordenadas. Es decir, sean covariantes con respecto a cualesquiera sustituciones (generalmente covariantes).*

Es evidente que una teoría física que satisfaga este postulado también será adecuada para el postulado de relatividad general. Pues la suma de todas las sustituciones incluye, en cualquier caso, a aquellas que corresponden a todos los movimientos relativos de sistemas de coordenadas tridimensionales. Que este requisito de covariancia general, que despoja al espacio y el tiempo del último residuo de objetividad física, es un requisito general, se verá a partir de la siguiente reflexión. Todas nuestras verificaciones espacio-temporales equivalen invariablemente a una determinación de coincidencias espacio-temporales. Si, por ejemplo, los sucesos consistieran meramente en el movimiento de puntos materiales, entonces nada sería observable en definitiva salvo los encuentros de dos o más de dichos puntos. Además, los resultados de nuestras medidas no son nada más que verificaciones de tales encuentros de los puntos materiales de nuestros instrumentos de medida con otros puntos materiales, coincidencias entre las manecillas de un reloj y puntos en la esfera de un reloj, y sucesos puntuales observados que suceden en el mismo lugar y al mismo tiempo.

La introducción de un sistema de referencia no tiene otro propósito que facilitar la descripción de la totalidad de tales coincidencias. Asignamos al universo cuatro variables espacio-temporales  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , de tal manera que para todo suceso puntual existe un correspondiente sistema de valores de las variables  $x_1, \dots, x_4$ . A dos sucesos puntuales coincidentes corresponde un sistema de valores de las variables  $x_1, \dots, x_4$ , i. e. la coincidencia se caracteriza por la identidad de las coordenadas. Si, en lugar de las variables  $x_1, \dots, x_4$ , introducimos funciones de ellas,  $x'_1, x'_2, x'_3, x'_4$ , como un nuevo sistema de coordenadas, de modo que los sistemas de valores se hacen corresponder uno a otro sin ambigüedad, la igualdad de las cuatro coordenadas en el nuevo sistema servirá también como una expresión de la coincidencia espacio-temporal de los dos sucesos puntuales. Puesto que toda nuestra experiencia física puede reducirse en última instancia a tales coincidencias, no hay ninguna razón inmediata para preferir ciertos sistemas de coordenadas a otros. Es decir, llegamos al requisito de covariancia general.

\* \* \*



Agujeros de gusano que conectan espacio y tiempo. El peligro en teoría es que solo permanecen abiertos un tiempo muy breve antes de cortar el puente.

La paradoja de los agujeros de gusano plantea la idea de que si viajamos hacia atrás en el tiempo estamos en disposición de alterar el pasado y, por lo tanto, también el futuro. ¿Qué ocurriría si uno fuera hacia atrás en el tiempo y matara a su abuelo antes de que su padre o su madre fueran concebidos?

## CONSIDERACIONES COSMOLÓGICAS SOBRE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD GENERAL<sup>[32]</sup>

Es bien sabido que la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 \phi = 4\pi K \rho$$

en combinación con las ecuaciones de movimiento de un punto material no es por el momento un sustituto perfecto para la teoría de Newton de acción a distancia. Aún hay que tener en cuenta la condición de que en el infinito espacial el potencial  $\Phi$  tiende hacia un valor límite fijo. Existe un estado de cosas análogo en la teoría de la gravitación en relatividad general. También

aquí debemos suplementar las ecuaciones diferenciales con condiciones límite en el infinito espacial, si realmente vamos a considerar que el universo tiene una extensión espacial infinita.

En mi tratamiento del problema planetario escogí dichas condiciones límite en forma de la siguiente hipótesis: es posible seleccionar un sistema de referencia de modo que en el infinito espacial todos los potenciales gravitatorios  $g_{\mu\nu}$  se hagan constantes. Pero no es en absoluto evidente *a priori* que podamos establecer las mismas condiciones límite cuando queremos tomar en consideración porciones más grandes del universo físico. En las páginas siguientes se ofrecerán las reflexiones que, hasta el presente, he hecho sobre esta cuestión de fundamental importancia.

## 1. LA TEORÍA NEWTONIANA

Es bien sabido que la condición límite de Newton del límite constante para  $\Phi$  en el infinito espacial lleva a la concepción de que la densidad de materia se hace cero en el infinito. Pues imaginemos que pueda haber un lugar en el espacio universal en el cual el campo gravitatorio de materia, visto a gran escala, posee simetría esférica. Se sigue entonces de la ecuación de Poisson que, para que  $\Phi$  pueda tender a un límite en el infinito, la densidad media  $\rho$  debe decrecer hacia cero más rápidamente que  $1/r^2$  a medida que aumenta la distancia  $r$  al centro del universo.<sup>[33]</sup> En este sentido, por consiguiente, el universo según Newton es finito, aunque puede poseer una masa total infinitamente grande.

De esto se sigue en primer lugar que la radiación emitida por los cuerpos celestes dejará, en parte, el sistema newtoniano del universo, saliendo radialmente hacia fuera, para hacerse inefectiva y perderse en el infinito. ¿Puede pasar lo mismo con los cuerpos celestes? Difícilmente es posible dar una respuesta negativa a esta pregunta. En efecto, se sigue de la hipótesis de un límite finito para  $\Phi$  en el infinito espacial que un cuerpo celeste con energía cinética finita puede llegar al infinito espacial superando las fuerzas de atracción newtonianas. Por la mecánica estadística este caso debe darse de vez en cuando, siempre que la energía total del sistema estelar —transferida a una única estrella— sea suficientemente grande para enviar la estrella en su viaje al infinito, de donde nunca puede volver.

Podríamos tratar de evitar esta dificultad peculiar suponiendo un valor muy alto para el potencial límite en el infinito. Esa sería una forma posible, si

el propio valor del potencial gravitatorio no estuviera necesariamente condicionado por los cuerpos celestes. Lo cierto es que nos vemos obligados a considerar la ocurrencia de cualesquiera grandes diferencias de potencial del campo gravitatorio como algo que contradice los hechos. Tales diferencias deben ser realmente de un orden de magnitud tan bajo que las velocidades estelares generadas por ellas no superen las velocidades realmente observadas.

Si aplicamos a las estrellas la ley de distribución de Boltzmann para moléculas, asimilando el sistema estelar a un gas en equilibrio térmico, encontramos que el sistema estelar newtoniano no puede existir en absoluto. En efecto, existe una razón finita de densidades correspondiente a la diferencia de potencial finita entre el centro y el infinito espacial. Una anulación de la densidad en el infinito implica así una anulación de la densidad en su centro.

Apenas parece posible superar estas dificultades sobre la base de la teoría newtoniana. Podemos preguntarnos si pueden eliminarse mediante una modificación de la teoría newtoniana. Antes de nada, indicaremos un método que no pretende ser tomado seriamente; meramente sirve como contrapunto para lo que sigue. En lugar de la ecuación de Poisson escribimos

$$\nabla^2\phi - \lambda\phi = 4\pi K\rho$$

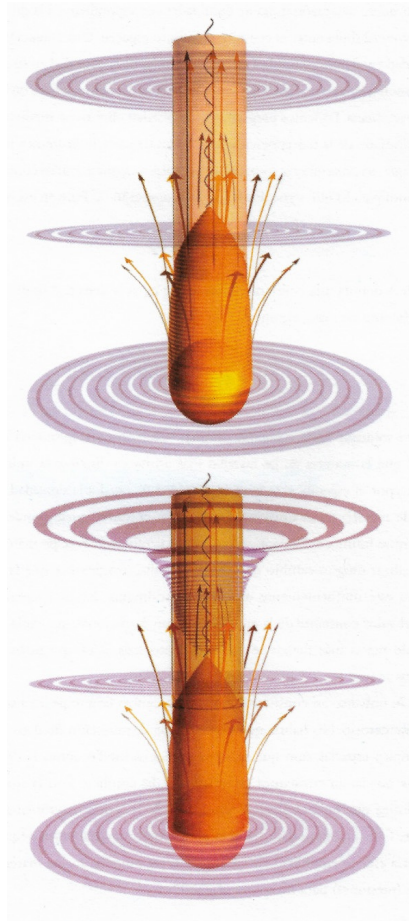
donde  $\lambda$  denota una constante universal. Si  $\rho_0$  es la densidad uniforme de distribución de masa, entonces

$$\phi = -\frac{4\pi K}{\lambda} \rho_0$$

es una solución de la ecuación.<sup>[34]</sup> Esta solución correspondería al caso en el que la materia de las estrellas fijas estuviera distribuida uniformemente por el espacio, si se hace la densidad  $\rho_0$  igual a la densidad media real de materia en el universo. La solución entonces corresponde a una extensión infinita del espacio central, llena uniformemente de materia. Si, sin realizar ningún cambio de densidad media, imaginamos que la materia no esté uniformemente distribuida localmente, habrá, además del  $\Phi$  con el valor constante de la ecuación,<sup>[35]</sup> un  $\Phi$  adicional, que en la vecindad de masas más densas se parecerá tanto más al campo newtoniano cuanto menor sea  $\lambda\Phi$  en comparación con  $4\pi K\rho$ .

Un universo así constituido no tendría centro, con respecto a su campo gravitatorio. No habría que suponer una disminución de densidad en el

infinito espacial, sino que tanto el potencial medio como la densidad media quedarían constantes en el infinito. El conflicto con la mecánica estadística que encontrábamos en el caso de la teoría newtoniana no se repite. Con una densidad definida pero extraordinariamente pequeña la materia está en equilibrio, sin que se requiera ninguna forma material interna (presiones) para mantener el equilibrio.



**ARRIBA:** Una estrella en su etapa estable, donde se muestra la luz que escapa de su superficie.

**ABAJO:** Una estrella comienza a colapsar (etapa intermedia) y la luz es atraída de nuevo hacia su superficie hasta que llega a un punto (el horizonte de sucesos) en que ya no escapará ninguna luz. La estrella se convierte en una singularidad.

## 2. LAS CONDICIONES DE CONTORNO SEGÚN LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD GENERAL

En la presente sección llevaré al lector por el camino que yo mismo he recorrido, un camino más bien áspero y sinuoso, porque de otro modo no puedo esperar que se tome mucho interés en el resultado final del viaje. La conclusión a la que llegaré es que las ecuaciones de campo de la gravitación que he defendido hasta ahora necesitan todavía una ligera modificación, de modo que sobre la base de la teoría de la relatividad general pueden evitarse aquellas dificultades fundamentales que se han presentado en el apartado 1 como enfrentadas a la teoría newtoniana. Esta modificación corresponde perfectamente a la transición de la ecuación de Poisson<sup>[36]</sup> a la ecuación<sup>[37]</sup> del apartado 1. Finalmente inferimos que las condiciones de contorno en el infinito espacial desaparecen por completo, porque el continuo universal con respecto a sus dimensiones espaciales debe verse como un continuo autocontenido de volumen (tridimensional) espacial finito.

La opinión que yo mantenía hasta hace poco tiempo, respecto a las condiciones límite a fijar en el infinito espacial, se basaban en las siguientes consideraciones. En una teoría de la relatividad consistente no puede haber *inercia relativa al «espacio»*, sino solo una inercia de *unas masas con respecto a otras*. Si, por consiguiente, yo tengo una masa a distancia suficiente de todas las demás masas en el universo, su inercia debe reducirse a cero. Trataremos de formular matemáticamente esta condición.

Según la teoría de la relatividad general el momento negativo viene dado por las tres primeras componentes, y la energía por la última componente del tensor covariante multiplicado por  $\sqrt{-g}$

$$m\sqrt{-g} g_{\mu\alpha} \frac{dx_\alpha}{ds}$$

donde, como siempre, hacemos

$$ds^2 = -g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

En el caso particularmente claro de la posibilidad de escoger el sistema de coordenadas de modo que el campo gravitatorio en cada punto sea espacialmente isótropo, tenemos de forma más simple

$$ds^2 = -A(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + Bdx_4^2$$

Si, además, al mismo tiempo

$$\sqrt{-g} = 1 = \sqrt{A^3 B}$$

obtenemos de la ecuación,<sup>[38]</sup> en primera aproximación para velocidades pequeñas,

$$m \frac{A}{\sqrt{B}} \frac{dx_1}{dx_4}, m \frac{A}{\sqrt{B}} \frac{dx_2}{dx_4}, m \frac{A}{\sqrt{B}} \frac{dx_3}{dx_4}$$

para las componentes del momento, y para la energía (en el caso estático)

$$m\sqrt{B}$$

De las expresiones para el momento se sigue que  $m \frac{A}{\sqrt{B}}$  desempeña el papel de la masa en reposo. Puesto que  $m$  es una constante intrínseca de la masa puntual, independientemente de su posición, esta expresión, si retenemos la condición  $\sqrt{-g} = 1$  en el infinito espacial, solo puede anularse cuando  $A$  disminuye hasta cero mientras que  $B$  aumenta hasta infinito. Parece, por lo tanto, que tal degeneración de los coeficientes  $g_{\mu\nu}$  es exigida por el postulado de relatividad de toda la inercia. Este requisito implica que la energía potencial  $m\sqrt{B}$  se hace infinitamente grande en el infinito. Así pues, una masa puntual nunca puede abandonar el sistema; y una investigación más detallada muestra que lo mismo se aplica a los rayos luminosos. Un sistema del universo con un comportamiento semejante de los potenciales gravitatorios en el infinito no correría así el riesgo de echar a perder lo que se ha propuesto hasta ahora en conexión con la teoría newtoniana.

Quiero señalar que las hipótesis simplificadoras acerca de los potenciales gravitatorios sobre las que se basa este razonamiento han sido introducidas meramente por razón de claridad. Es posible encontrar formulaciones generales para el comportamiento de las  $g_{\mu\nu}$  en el infinito que expresan los puntos esenciales de la cuestión sin hipótesis restrictivas adicionales.

En este punto, con la amable asistencia del matemático J. Grommer, investigué campos gravitatorios estáticos, con simetría central, que degeneran en el infinito de la forma mencionada. Se aplicaban los potenciales gravitatorios  $g_{\mu\nu}$  y a partir de ellos se calculaba el tensor-energía  $T_{\mu\nu}$  de materia sobre la base de las ecuaciones de campo de la gravitación. Pero aquí se demostraba que para el sistema de las estrellas fijas no puede intervenir en absoluto ninguna condición de contorno de este tipo, como también ha remarcado recientemente el astrónomo de Sitter.

El tensor-energía contravariante  $T^{\mu\nu}$  de la materia ponderable viene dado por

$$T^{\mu\nu} = \rho \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds}$$

donde  $\rho$  es la densidad de materia en la medida natural. Con una elección apropiada del sistema de coordenadas las velocidades estelares son muy pequeñas en comparación con la de la luz. Por lo tanto, podemos sustituir  $\sqrt{g_{44}} dx_4$  por  $ds$ . Esto nos muestra que todas las componentes de  $T^{\mu\nu}$  deben ser muy pequeñas en comparación con la última componente  $T^{44}$ . Pero fue completamente imposible reconciliar esta condición con las condiciones de contorno escogidas. Visto en retrospectiva, este resultado no parece sorprendente. El hecho de las pequeñas velocidades de las estrellas permite la conclusión de que donde quiera que haya estrellas fijas, los potenciales gravitatorios (en nuestro caso  $\sqrt{B}$ ) nunca pueden ser mucho mayores que aquí en la Tierra. Esto se sigue de un razonamiento estadístico, exactamente como en el caso de la teoría newtoniana. En cualquier caso, nuestros cálculos me han convencido de que no pueden postularse tales condiciones de degeneración para las  $g_{\mu\nu}$  en el infinito espacial.

Tras el fracaso de este intento, se ofrecen dos posibilidades.

(a) Podemos exigir, como en el problema de los planetas, que, con una elección adecuada del sistema de referencia, las  $g_{\mu\nu}$  en el infinito espacial se aproximen a los valores

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) Podemos abstenernos por completo de fijar condiciones de contorno para el infinito espacial que reclamen validez general; pero en el límite espacial del dominio en consideración tenemos que dar las  $g_{\mu\nu}$  por separado en cada caso individual, como hasta ahora estábamos habituados a dar por separado las condiciones iniciales para el tiempo.

La posibilidad (b) no ofrece ninguna esperanza de resolver el problema, sino que equivale a abandonarlo. Esta es una posición irrefutable, que actualmente es asumida por De Sitter.<sup>[39]</sup> Pero debo confesar que semejante resignación total en esta cuestión fundamental es para mí algo difícil. Yo no

la aceptaré hasta que se haya demostrado vano todo esfuerzo por avanzar hacia una visión satisfactoria.

La posibilidad (a) es insatisfactoria en más de un aspecto. En primer lugar, aquellas condiciones de contorno presuponen una elección definida del sistema de referencia, que es contraria al espíritu del principio de relatividad. En segundo lugar, si adoptamos esta idea, dejamos de satisfacer el requisito de la relatividad de la inercia. Pues la inercia de un punto de masa material  $m$  (en medida natural) depende de las  $g_{\mu\nu}$ ; pero estas difieren poco de sus valores postulados, dados antes, para el infinito espacial. Así pues, la inercia estaría *influida*, pero no estaría *condicionada* por la materia (presente en el espacio finito). Si solo hubiera presente una masa puntual finita, según esta visión, poseería inercia, y de hecho una inercia casi tan grande como cuando está rodeado por las demás masas del universo real. Finalmente, frente a esta visión deben plantearse las objeciones estadísticas que se mencionaron con respecto a la teoría de Newton.

De lo que se ha dicho ahora se verá que no he tenido éxito en formular condiciones de contorno para el infinito espacial. De todas formas, hay todavía una posible salida, sin renunciar como se sugería en (b). En efecto, si fuera posible considerar el universo como un continuo que es *finito (cerrado) con respecto a sus dimensiones espaciales*, no necesitaríamos en absoluto ninguna de tales condiciones de contorno. Procederemos a demostrar que el postulado de relatividad general y el hecho de las pequeñas velocidades estelares son compatibles con la hipótesis de un universo espacialmente finito; aunque ciertamente, para llevar a cabo esta idea, necesitamos una modificación generalizadora de las ecuaciones de campo de la gravitación.



La teoría de las cuerdas (desarrollada fundamentalmente tras la muerte de Einstein) ha dado lugar a nuevas teorías acerca de cómo pudo haber empezado el universo.

Una representación de un modelo reciente del comienzo del universo desde la perspectiva de la teoría de cuerdas y la teoría de branas. Cuando se aproximan dos branas saturadas (existencias multidimensionales) se cruzan en muchas dimensiones para crear uno o muchos Big Bangs. El contacto salvaje y cataclísmico las separa, pero al hacerlo regenera las energías latentes.



La brana final en la teoría de cuerdas representa el final y el principio de la secuencia de un universo que se despliega (el Big Bang que procede del Big Crunch).

### **3. EL UNIVERSO ESPACIALMENTE FINITO CON UNA DISTRIBUCIÓN UNIFORME DE MATERIA**

Según la teoría de la relatividad general el carácter métrico (curvatura) del continuo espaciotemporal tetradimensional está definido en cada punto por la materia en dicho punto y el estado de dicha materia. Por lo tanto, debido a la falta de uniformidad en la distribución de la materia, la estructura métrica de este continuo debe ser por fuerza extraordinariamente complicada. Pero si estamos interesados solo en la estructura a gran escala, podemos representar

la materia como estando uniformemente distribuida sobre espacios enormes, de modo que su densidad de distribución es una función variable que varía de forma extraordinariamente lenta. Así pues, nuestro procedimiento recordará algo al de los geodestas que aproximan por un elipsoide la forma de la superficie terrestre, que a pequeña escala es extraordinariamente complicada.

El hecho más importante que extraemos de la experiencia acerca de la distribución de materia es que las velocidades relativas de las estrellas son muy pequeñas comparadas con la velocidad de la luz. Por ello pienso que por el momento podemos basar nuestro razonamiento en la siguiente hipótesis aproximada. Existe un sistema de referencia con respecto al cual la materia puede considerarse permanentemente en reposo. Con respecto a este sistema, por consiguiente, el tensor-energía contravariante  $T^{\mu\nu}$  de materia es, debido a la ecuación,<sup>[40]</sup> de la forma simple

$$\left. \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{array} \right\}$$

El escalar  $\rho$  de la densidad (media) de distribución puede ser a priori una función de las coordenadas espaciales. Pero si suponemos que el universo es espacialmente finito, nos vemos impulsados a la hipótesis de que  $\rho$  debe ser independiente de la localización. En esta hipótesis basamos las consideraciones que siguen.

En lo que concierne al campo gravitatorio, se sigue de la ecuación de movimiento del punto material

$$\frac{d^2 x_\nu}{ds^2} + \{\alpha\beta, \nu\} \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds} = 0$$

que un punto material en un campo gravitatorio estático solo puede permanecer en reposo cuando  $g_{44}$  es independiente de la localización. Puesto que, además, presuponemos independencia de la coordenada temporal  $x_4$  para todas las magnitudes, podemos exigir para la solución requerida que, para toda  $x_\nu$ ,

$$g_{44} = 1.$$

Además, como sucede siempre con problemas estáticos, tendremos que hacer

$$g_{14} = g_{24} = g_{34} = 0.$$

Queda ahora por determinar aquellas componentes del potencial gravitatorio que definen las relaciones puramente geométrico-espaciales de nuestro continuo ( $g_{11}, g_{12}, \dots, g_{33}$ ). De nuestra hipótesis sobre la uniformidad de distribución de las masas que generan el campo se sigue que la curvatura del espacio requerido debe ser constante. Con esta distribución de masa, por consiguiente, el requerido continuo finito de las  $x_1, x_2, x_3$ , con  $x_4$  constante, será un espacio esférico.

Llegamos a un espacio semejante, por ejemplo, de la siguiente manera. Partimos de un espacio euclídeo de cuatro dimensiones  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  con un elemento de línea  $d\sigma$ ; sea, por consiguiente

$$d\sigma^2 = d\xi_1^2 + d\xi_2^2 + d\xi_3^2 + d\xi_4^2$$

En este espacio consideramos la hipersuperficie

$$R^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2$$

donde  $R$  denota una constante. Los puntos de esta hipersuperficie forman un continuo tridimensional, un espacio esférico de radio de curvatura  $R$ .

El espacio euclídeo tetradimensional del que partimos sirve solo para una definición conveniente de nuestra hipersuperficie. Solo nos interesan aquellos puntos de la hipersuperficie que tienen propiedades métricas en acuerdo con las del espacio físico con una distribución uniforme de materia. Para la descripción de este continuo tridimensional podemos emplear las coordenadas  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  (la proyección sobre el hiperplano  $\xi_4 = 0$ ), puesto que, debido a la ecuación<sup>[41]</sup>,  $\xi_4$  puede expresarse en términos de  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ . Eliminando  $\xi_4$  de la ecuación,<sup>[42]</sup> obtenemos para el elemento de línea del espacio esférico la expresión

$$\left. \begin{aligned} d\sigma^2 &= \gamma_{\mu\nu} d\xi_\mu d\xi_\nu \\ \gamma_{\mu\nu} &= \delta_{\mu\nu} + \frac{\xi_\mu \xi_\nu}{R^2 - \rho^2} \end{aligned} \right\}$$

donde  $\delta_{\mu\nu} = 1$ , si  $\mu = \nu$ ;  $\delta_{\mu\nu} = 0$ , si  $\mu \neq \nu$ , y  $\rho^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$ . Las coordenadas escogidas son convenientes cuando se trata de examinar el entorno de uno de los dos puntos  $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$ .

Ahora, el elemento de línea del universo espacio-temporal tetradimensional requerido también nos está dado. Para el potencial  $g_{\mu\nu}$ , cuyos dos índices difieren de 4, tenemos que hacer

$$g_{\mu\nu} = - \left( \delta_{\mu\nu} + \frac{x_\mu x_\nu}{R^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)} \right)$$

ecuación que, en combinación con los valores,<sup>[43]</sup> define perfectamente el comportamiento de reglas de medir, relojes y rayos luminosos.

\* \* \*

#### 4. COMENTARIOS FINALES<sup>[44]</sup>

Las reflexiones anteriores muestran la posibilidad de una construcción teórica de la materia a partir del campo gravitatorio y el campo electromagnético solamente, sin la introducción de hipotéticos términos suplementarios en la línea de la teoría de Lorenz-Mie. Esta posibilidad se presenta particularmente prometedora en cuanto que nos libera de la necesidad de introducir una constante especial  $\lambda$  para la solución del problema cosmológico. Por otra parte, existe una dificultad peculiar. En efecto, si particularizamos la ecuación<sup>[45]</sup> para el caso estático con simetría esférica obtenemos una ecuación menos de las necesarias para definir los  $g_{\mu\nu}$  y  $\Phi_{\mu\nu}$ , con el resultado de que cualquier *distribución esféricamente simétrica* de electricidad parece capaz de permanecer en equilibrio. Así, el problema de la constitución de los cuantos elementales no puede ser aún resuelto sobre la base inmediata de las ecuaciones de campo dadas.



# Stephen Hawking

Stephen Hawking está considerado el físico teórico más brillante desde los tiempos de Einstein, además de un gran divulgador de la ciencia. Su libro *Historia del tiempo: del big bang a los agujeros negros* vendió más de diez millones de ejemplares en cuarenta lenguas, alcanzando así un éxito absolutamente inusual en la bibliografía científica. Sus siguientes obras, *El universo en una cáscara de nuez* y *El futuro del espaciotiempo* —este escrito junto con Kip S. Thorne y otros—, también han gozado de una gran acogida.

Hawking nació en Oxford, Inglaterra, el 8 de enero de 1942 (trescientos años después de la muerte de Galileo). Estudió física en el University College de Oxford, recibió su doctorado en Cosmología por Cambridge y desde 1979 ocupa la cátedra Lucasiana de Matemáticas. Este puesto fue fundado en 1663 por donación del reverendo Henry Lucas, antiguo miembro del parlamento para la Universidad. La cátedra fue primero ocupada por Isaac Barrow y en 1663 por Isaac Newton y está reservada a aquellos individuos considerados los pensadores más brillantes de su tiempo.

El profesor Hawking ha trabajado sobre las leyes básicas que gobiernan el universo. Junto con Roger Penrose demostró que la teoría de la relatividad general de Einstein implicaba que el espacio y el tiempo tendrían un principio en el Big Bang y un final en los agujeros negros. Los resultados indicaban que era necesario unificar la relatividad general con la teoría cuántica, el otro gran desarrollo científico de la primera mitad del siglo xx. Como consecuencia de esta unificación descubrió que los agujeros negros no serían completamente negros sino que emitirían radiación e incluso podrían desaparecer. Otra conjetura es que el universo no tendría bordes ni fronteras en tiempo imaginario.

Stephen Hawking cuenta con doce títulos honoríficos, y ha recibido numerosos reconocimientos, medallas y premios. Es miembro de la Royal Society y de la U. S. National Academy of Sciences, y hoy continúa combinando la vida familiar —tiene tres hijos y un nieto— con su

investigación en el ámbito de la física teórica, a la vez que sigue un extenso programa de viajes y conferencias públicas.



STEPHEN WILLIAM HAWKING (Oxford, 8 de enero de 1942 - Cambridge, 14 de marzo de 2018) fue un físico teórico, astrofísico, cosmólogo y divulgador científico británico. Sus trabajos más importantes consistieron en aportar, junto con Roger Penrose, teoremas respecto a las singularidades espaciotemporales en el marco de la relatividad general y la predicción teórica de que los agujeros negros emitirían radiación, lo que se conoce hoy en día como radiación de Hawking (o a veces radiación Bekenstein-Hawking). Era miembro de la Real Sociedad de Londres, de la Academia Pontificia de las Ciencias y de la Academia Nacional de Ciencias de Estados Unidos. Fue titular de la Cátedra Lucasiana de Matemáticas (*Lucasian Chair of Mathematics*) de la Universidad de Cambridge desde 1979 hasta su jubilación en 2009.

*Notas*

[1] Se cree que este prólogo, atribuido inicialmente a Copérnico, fue escrito en realidad por Andreas Osiander, un teólogo luterano y amigo de Copérnico, que vio *De revolutionibus* en la prensa. <<

[2] Ptolomeo hace que Venus se mueva en un epiciclo la razón de cuyo radio al radio del círculo excéntrico que transporta al epiciclo es aproximadamente de tres a cuatro. Por consiguiente, sería de esperar que la magnitud aparente del planeta variara con la variación de su distancia a la Tierra, en las proporciones apuntadas por Osiander. Además, se halló que, si el planeta estaba sobre el epiciclo, la posición media del Sol aparecía alineada con EPA. Por lo tanto, dadas las razones del epiciclo y de la excéntrica, Venus nunca debería aparecer desde la Tierra a una distancia angular demasiado superior a 40 grados del centro de su epiciclo, es decir, de la posición media del Sol, tal como se observa. <<

[3] Los tres párrafos introductorios se hallan en la edición de Thorn del centenario y en la edición de Varsovia. <<

[4] El «círculo orbital» (*orbis*) es el círculo máximo sobre el cual el planeta se mueve en su esfera (*sphaera*). Copérnico utiliza la palabra *orbis*, que designa originariamente un círculo más que una esfera porque, si la esfera puede ser necesaria para la explicación mecánica del movimiento, solo el círculo es necesario para la explicación matemática. <<

[5] O, en otras palabras, el eje del ecuador terrestre describe alrededor del eje de la eclíptica terrestre una doble superficie cónica que tiene sus vértices en el centro de la Tierra, en un período de revolución aproximadamente igual al del centro de la Tierra. <<

[6] A partir de Aristóteles, se conocían como movimientos naturales aquellos que correspondían a las cualidades ponderales de los cuerpos; es decir, los movimientos encargados de situar a los móviles en el lugar que les corresponde por naturaleza. Son violentos, por el contrario, los que los alejan de sus lugares naturales. <<

[7] Fragmento en griego en el original. <<

[8] A lo largo del texto se incluyen entre corchetes los términos que aclaran el sentido del texto original. <<

[9] Pues ya en los *Comentarios sobre Marte*, capítulo 48, fol. 232, probé que esta media aritmética era o bien el diámetro del círculo que iguala en longitud a la órbita elíptica, o bien el próximo menor. <<

[10] Kepler siempre mide la magnitud de una proporción del término más grande al más pequeño, antes que del antecedente al consecuente como hacemos hoy. Por ejemplo, cuando Kepler dice 2:3, es lo mismo que 3:2, y 3:4 es mayor que 7:8. (N. del t.) <<

[11] ¿Cometería yo acaso algún crimen si requiriere a cada compositor de esta generación algún motete, obra de artificio, en lugar de este elogio? Podrían sustituir a un texto a tal fin acomodado el Salterio Regio y demás libros sagrados. Mas ¡ay de vosotros!: no concuerdan en el cielo más de seis. Pues canturrea la Luna aparte su monodia, cual perro que diligente asedia a la Tierra. Componed símbolos [la melodía], que yo, para que el libro se haga, prometo cuidar diligente de las seis partes. A quien exprese más apropiadamente la música celestial descrita en esta obra, a ese le otorguen Clío la guirnalda y Urania a Venus en esponsales. <<

[12] Es decir, ya que Saturno y Júpiter tienen una revolución con respecto al otro cada veinte años, están distanciados 81 grados cada veinte años, mientras que la posición final de este intervalo de 81 grados atraviesa la eclíptica a saltos, por así decir, y coincide con los ápices aproximadamente una vez en ochocientos años. (*N. del t.*) <<

[13] Newton añade una aclaración importante sobre esta Proposición: «J. Machin, profesor de astronomía en Gresham y Henry Pemberton, D. M. cada uno por su parte hallaron otra forma de determinar los movimientos de los nodos. Se ha hecho alguna mención de este método en otra parte. Y las cartas que he visto de ambos contenían dos proposiciones que concordaban entre ellas. Añadiré aquí la carta del señor Machin, primera que llegó a mis manos». (*N del t.*) <<

[<sup>14</sup>] «Elektrodynamik bewegter körper», *Annalen der Physik*, 17, 1905. <<

[15] La precedente memoria de Lorentz no era conocida en aquel tiempo por el autor. <<

[16] Es decir, en primera aproximación. <<

[17] No discutiremos aquí la inexactitud que acecha tras el concepto de simultaneidad de dos acontecimientos que se producen aproximadamente en el mismo lugar, que solo puede ser eliminada por abstracción. <<

[18] «Tiempo» denota aquí «tiempo del sistema estacionario» y también «posición de las agujas del reloj en movimiento situado en el lugar que se está considerando». <<

[19] «Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes»,  
*Annalen der Physik*, 35, 1911. <<

[20] A. Einstein, *Jahrbuch für Radioakt und Elektronik*, 4, 1907. <<

[21] Por supuesto, no podemos reemplazar cualquier campo gravitatorio *arbitrario* por un estado de movimiento del sistema sin un campo gravitatorio, como tampoco, por una transformación de relatividad, podemos transformar en reposo cualquier tipo de movimiento de todos los puntos de un medio. <<

[22] Las dimensiones de  $S_1$  y  $S_2$ , se consideran infinitamente pequeñas en comparación con  $h$ .  $\ll$

[23] L. F. Jewell (*Journ. de Phys.*, 6, 1897, p. 84) y especialmente C. Fabry y H. Boisson (*Comptes Rendus*, 148, 1909, pp. 688-690) han encontrado realmente tales desplazamientos de las líneas espectrales finas hacia el extremo rojo del espectro, del orden de magnitud aquí calculado, pero lo han atribuido a un efecto de la presión en la capa absorbente. <<

$$^{[24]} (2) \nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \gamma \frac{h}{c^2} \right)$$

$$(2a) \nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) \ll$$

$$^{[25]} \nu_1 = \nu_2 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) \ll$$

$$^{[26]} c = c_0 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) \ll$$

$$^{[27]}_a = -\frac{1}{c^2} \int \frac{\partial \Phi}{\partial n'} ds \ll$$

[28] «Die Grundlage der allgemeinen Relativitäts-theorie», *Annalen der Physik*, 49, 1916. <<

[29] Por supuesto, una respuesta puede ser satisfactoria desde el punto de vista de la epistemología, y pese a todo ser físicamente errónea si está en conflicto con otras experiencias. <<

[30] Eötvös ha demostrado experimentalmente que el campo gravitatorio tiene esta propiedad con gran exactitud. <<

[31] Suponemos la posibilidad de verificar la «simultaneidad» de sucesos inmediatamente próximos en el espacio, o —por hablar con más precisión— para inmediata proximidad o coincidencia en el espacio-tiempo, sin dar una definición de este concepto fundamental. <<

[32] «Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie»,  
*Sitzungsberichte der Preussischen Akad. d. Wissenschaften*, 1917. <<

[33]  $\rho$  es la densidad media de materia, calculada para una región que es grande comparada con la distancia entre estrellas fijas vecinas, pero pequeña en comparación con las dimensiones del sistema estelar completo. <<

$$^{[34]} \nabla^2 \phi - \lambda \phi = 4\pi K \rho \ll$$

$$^{[35]} \phi = -\frac{4\pi K}{\lambda} \rho_0 \ll$$

$$^{[36]} \nabla^2 \phi = 4\pi K \rho \ll$$

$$^{[37]} \nabla^2 \phi - \lambda \phi = 4\pi K \rho \ll$$

$$[38] \quad m\sqrt{-g} \, g_{\mu\alpha} \frac{dx_\alpha}{ds} \ll$$

[39] De Sitter, *Akad. Van Wetensch. Te Amsterdam*, 8 nov., 1916. <<

$$^{[40]} ds^2 = -g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu <<$$

$$^{[41]} R^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 <<$$

$$^{[42]} \delta \sigma^2 = d\xi_1^2 + d\xi_2^2 + d\xi_3^2 + d\xi_4^2 <<$$

$$^{[43]} g_{44} = 1 \text{ y } g_{14} = g_{24} = g_{34} = 0. <<$$

[44] Este fragmento corresponde en realidad a la conclusión del artículo titulado «¿Desempeñan los cargos gravitatorios un papel esencial en la estructura de las partículas elementales de la materia?», publicado por primera vez en *Sitzungsberichte der Preussischen Akad. d. Wissenschaften*, 1919. <<

$$^{[45]} \nabla^2 \phi = 4\pi K \rho \ll$$

# A HOMBROS DE GIGANTES

*LAS GRANDES OBRAS DE LA FÍSICA Y LA ASTRONOMÍA*



EDICIÓN COMENTADA DE  
**STEPHEN  
HAWKING**



Lectulandia